



Universidad Nacional de La Plata  
Facultad de Informática

Tesis de Magíster en Tecnología Informática Aplicada en Educación

# Las TICs en la enseñanza de las Matemáticas. Aplicación al caso de Métodos Numéricos.

**Autor**

Rubén A. Pizarro

**Director**

Ing. Armando De Giusti

**Co Director**

Mag. María Eva Ascheri

Marzo 2009

---

## Agradecimientos

- ✓ A los colegas del Departamento de Matemática de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional de La Pampa, que siempre estuvieron dispuestos a colaborar ante diferentes consultas.
- ✓ Al director y a la codirectora del presente trabajo, los profesores Armando De Giusti y María Eva Ascheri, por su predisposición y permanente colaboración.
- ✓ A mi esposa Rosana por estar siempre presente.

**Índice****Fundamentación**

Introducción.....	6
Objetivos.....	7
Aportes.....	7
Ponderación del impacto del uso del software educativo.....	9
Estructura.....	9

**Estado del arte****Capítulo 1** El diseño de software educativo

1.1 Introducción.....	11
1.2 Definiciones.....	11
1.2.1 Software educativo .....	11
1.2.2 Ingeniería de software educativo.....	13
1.3 Características y clasificaciones.....	14
1.4 Las teorías de aprendizaje y el software educativo.....	17
1.4.1 Introducción.....	17
1.4.2 Principales características.....	17
1.5 Las teorías del aprendizaje y las Tecnologías de la Información y la Comunicación.....	21
1.6 Importancia.....	23
1.7 Evaluación.....	25
1.8 Su impacto en el desarrollo de una clase.....	26

**Capítulo 2** Las tecnologías y su influencia en el estudio de temas de  
Cálculo Numérico

2.1 Introducción .....	28
2.2 Evolución de la enseñanza de la Matemática.....	28
2.3 Inclusión de las tecnologías en la enseñanza de la Matemática.....	30
2.3.1 Formas de inclusión.....	32

2.3.2 Inclusión de las tecnologías y su influencia en la enseñanza de temas de Cálculo Numérico.....	34
--	----

### **Descripción del problema**

#### **Capítulo 3** Presentación del problema

3.1 Introducción .....	37
3.2 Problemática en la enseñanza de los métodos numéricos para la resolución de ecuaciones no lineales.....	38
3.3 Uso de software en Cálculo Numérico.....	39
3.4 Hipótesis .....	41
3.5 Metodología de Investigación.....	41

### **Descripción de la solución propuesta**

#### **Capítulo 4** Elaboración del software educativo para la enseñanza y el aprendizaje de los métodos numéricos que resuelven ecuaciones no lineales

4.1 Introducción.....	43
4.2 Diseño del software.....	43
4.3 Elaboración del software.....	45
4.3.1 Inserción del software en el currículum.....	48
4.3.2 Objetivos.....	48
4.3.3 Características de los destinatarios .....	49
4.3.4 Contenidos .....	50
4.3.5 Recursos necesarios y tiempos de interacción.....	51
4.3.6 Validación .....	52
4.4 Tipo de software .....	52
4.4.1 Características y clasificación.....	53
4.4.2 Teorías de enseñanza y aprendizaje.....	54
4.5 Descripción del software.....	54

4.5.1 Navegación .....	55
4.5.2 Presentación.....	57
4.5.3 Menú.....	57
4.5.4 Aplicando los métodos numéricos.....	58
4.5.5 Ayuda de cada método.....	61
4.5.6 Comparación de los métodos.....	62
4.5.7 Interacción. Tratamiento de los errores.....	63
4.5.8 Especificaciones técnicas .....	68

### **Aplicación de la solución propuesta**

## **Capítulo 5** Aplicación del software educativo en la enseñanza y el aprendizaje de los métodos numéricos para la resolución de ecuaciones no lineales

5.1 Introducción.....	70
5.2 Implementación del software.....	70
5.2.1 Selección de los ejemplos.....	70
5.2.2 Modalidad de la clase.....	71
5.3 Análisis de la implementación del software.....	73
5.3.1. Recopilación de datos sobre la implementación del software....	73
5.3.1.1. Observaciones.....	73
5.3.1.2. Encuestas.....	75
5.3.1.3. Resultados de las evaluaciones.....	76
5.3.2. Análisis de los datos .....	81
5.4 Evaluación del impacto de la implementación del software en el desarrollo de las clases.....	83
5.5 Resultados.....	84
5.6 Conclusiones.....	85

**Capítulo 6** Líneas de investigación y desarrollo

6.1 Introducción..... 88  
6.2 Líneas de trabajo..... 88

**Bibliografía**..... 91

**Anexos**

**Anexo I**

Ejemplos seleccionados para la implementación de cada método numérico..... 96

**Anexo II**

Conjunto de ecuaciones con los valores iniciales y método numérico a aplicar para hallar la solución..... 98

**Anexo III**

Ejercicios propuestos en los exámenes parciales. Algunas resoluciones..... 99

**Anexo IV**

Registro de las observaciones de clases realizadas durante la utilización del software educativo..... 103

**Anexo V**

Encuesta realizada a los alumnos luego de la utilización del software educativo. Algunas respuestas..... 106

## Fundamentación

### Introducción

En el presente trabajo, se propone el diseño e implementación de un software educativo para facilitar y mejorar la enseñanza y el aprendizaje de un tema concerniente a Cálculo Numérico, considerando que la Informática en la Educación, sobre todo en la Educación Matemática, es un medio poderoso para desarrollar en el alumno sus potencialidades, creatividad e imaginación.

Utilizar la computadora supone una simbiosis de nuestra inteligencia con una herramienta externa, sin la cual la mente contaría sólo con sus propios medios y no funcionaría igual (Salomon et al., 1992). Las computadoras proveen un aprendizaje dinámico e interactivo que permiten la rápida visualización de situaciones problemáticas. La posibilidad de visualizar gráficamente conceptos teóricos como así también la de modificar las diferentes variables que intervienen en la resolución de problemas, favorece el aprendizaje de los alumnos (Aleman de Sánchez, 1998/1999 y Rivera Porto, 1997).

Tomando como base los principios anteriores surge este trabajo, a partir del cual se pretende incrementar el desarrollo de las destrezas y habilidades de los alumnos para que logren una mejora en su rendimiento académico; aumentar, además, su motivación, permitiéndoles que exploren las características de los diversos algoritmos numéricos interactuando con el software, para que logren aprendizajes significativos (Ausubel et al. , 1997). No obstante, se debe tener en claro que si bien la tecnología educativa es un elemento importante para mejorar los procesos de enseñanza - aprendizaje, esta mejora no depende solamente de la utilización de un software educativo, sino de su adecuada integración curricular, es decir, del entorno educativo diseñado por el profesor.

Se analizarán las diferentes etapas en el desarrollo de materiales educativos computarizados (Gómez et al., 1997; Galvis Panqueva, 1992 y Cataldi, 2000), y los trabajos existentes en los que se han desarrollado software aplicados a un tema de Cálculo Numérico: resolución de ecuaciones no lineales. Se buscarán, seleccionarán e implementarán ejemplos que resulten más adecuados para la aplicación de los métodos numéricos involucrados en este tema. Se

diseñará e implementará el software realizando su correspondiente validación y control, aplicando las técnicas existentes para tal fin.

Su ámbito de aplicación será, inicialmente, en la cátedra de Cálculo Numérico de las carreras Profesorado en Matemática, Licenciatura en Física e Ingeniería Civil de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional de La Pampa. Su utilización se podrá extender, posteriormente, a todas aquellas cátedras que aborden temas relacionados con las ciencias aplicadas.

### **Objetivos**

- Diseñar, desarrollar e implementar un software educativo para la enseñanza y el aprendizaje de los métodos numéricos.
- Facilitar y mejorar la enseñanza y el aprendizaje de los métodos numéricos.

### **Aportes**

Con el desarrollo de este software educativo, se pretende implementar una herramienta que permita al docente contar con un nuevo recurso didáctico a partir del cual se puedan abordar de manera simple pero con el rigor matemático necesario, los contenidos relacionados con la resolución numérica de ecuaciones no lineales. Especialmente, la visualización gráfica de cómo cada método de resolución va produciendo los resultados de acuerdo a su funcionamiento. Es claro que es imposible lograr esta visualización en una clase tradicional; esto es, a través de la exposición y explicación del tema en el pizarrón. Por medio del aporte de la tecnología a la enseñanza de Cálculo Numérico, se pueden incluir la animación, la dinámica y la interactividad necesaria con el objetivo de facilitar y mejorar la enseñanza de los métodos numéricos como así también su aprendizaje. Estos valiosos elementos, harán de la enseñanza y el aprendizaje de Cálculo Numérico una actividad confortante y constructiva, reemplazando la monotonía de realizar cálculos y aplicar fórmulas de forma mecánica, muchas veces sin comprender la esencia del método que se está aplicando debido a que



no se tiene la posibilidad de visualizar el funcionamiento gráfico de los mismos, como tampoco la de comparar y analizar los resultados obtenidos en las diferentes iteraciones, anteriores o posteriores.

Actualmente, la computadora juega un rol primordial en la enseñanza y el aprendizaje de los diferentes métodos numéricos. Sin embargo, en la mayoría de los casos, su rol es el de aportar su velocidad y exactitud para la realización de cálculos complicados. Con el desarrollo de esta herramienta, se pretende lograr que el alumno pueda aprender en forma significativa los contenidos propuestos, sumándole a la velocidad y exactitud de cálculos, la interactividad y visualización gráfica. Este recurso informático facilitará el aprendizaje y también la enseñanza, ya que se convertirá en una importante herramienta para ejemplificar contenidos que se estén desarrollando en una clase teórica.

De esta forma, se logrará un ambiente de enseñanza y aprendizaje en el cual interactúen docentes, alumnos y software. Se constituirá así, una metodología de aprendizaje a partir de la incorporación de tecnología, no sólo como un recurso facilitador de los cálculos necesarios sino además, como una herramienta capaz de actuar sobre el proceso de aprendizaje del alumno, permitiéndole seguir su propio ritmo de aprendizaje sin depender de aquel que la clase tradicional impone.

La posibilidad de que alumnos de distintas carreras, futuros profesionales de diferentes ámbitos, incorporen en sus actividades herramientas tecnológicas, constituye una experiencia indispensable para que éstas continúen presente en su futuro ámbito laboral. Los alumnos de Cálculo Numérico, muchos de ellos futuros profesores, habrán experimentado los beneficios y los diferentes aspectos metodológicos de la incorporación de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TICs) en sus actividades como alumnos. Esta experiencia constituirá sin duda, una herramienta fundamental para la incorporación de las TICs en su actividad docente.

También el docente, a partir del aporte de este trabajo, podrá mejorar su actividad considerando los beneficios que trae aparejado la utilización de un software educativo, tales como: ahorro de tiempo a la hora de presentar un material o tema, mayor estética al momento de la presentación de la clase, incremento de la motivación y la atención al presentar un determinado material, aumento de la velocidad para el desarrollo de la clase (Murillo, 2003).

El desarrollo del presente software educativo, constituye un aporte a los distintos llamados de las Instituciones Gubernamentales encargadas de diseñar las políticas educativas y de desarrollo tecnológico. Estas señalan los beneficios que trae aparejado la incorporación de las TICs y la elaboración de software en los ámbitos educativos. (SECYT, 2005).

### **Ponderación del impacto del uso del software educativo**

Con el objetivo de conocer el impacto que la utilización de este software causa sobre los diferentes actores del proceso de enseñanza y aprendizaje de Cálculo Numérico (en los contenidos que se aplique), se realizarán encuestas a los alumnos que lo utilicen. También, se registrarán, mediante observaciones, las diferentes alternativas que se produzcan en cada clase en la cual se está trabajando con el software. Además, se analizarán los resultados de las evaluaciones de los alumnos tras la utilización del software, comparando con los resultados obtenidos en cursadas de años anteriores en las cuales no se utilizó esta herramienta.

Se espera que la implementación de esta nueva herramienta, no sólo signifique un impacto positivo en el rendimiento de los alumnos sino que además demande las modificaciones de algunas características de las clases teóricas y/o prácticas. Esta situación es considerada entre los aspectos a estudiar en este trabajo.

### **Estructura**

La tesis se encuentra organizada en diferentes partes:

- **Fundamentación.** Aquí se trata de resumir las diferentes motivaciones que llevaron a concretar el presente trabajo como así también, la importancia e impacto que traerá aparejado el mismo.
- **Estado del Arte.** Se presentan aquí las diferentes definiciones consideradas para el desarrollo de software educativo y cómo se han incorporado las TICs en la Educación Matemática.

- **Descripción del problema.** Considerando la problemática de la enseñanza de los métodos numéricos y las posibilidades de la utilización de software educativos en Cálculo Numérico, se presenta el interrogante al que se desea responder por medio de este trabajo.
- **Descripción de la solución propuesta.** Se describen las características del software a desarrollar e implementar.
- **Aplicación de la solución propuesta.** En esta sección se describe la modalidad con la que fue aplicado el software, la metodología en que se investigó su impacto y los resultados obtenidos.
- Finalmente, se presentan las posibles **líneas de investigación** que surgen a partir de la realización del presente trabajo.

Las secciones antes mencionadas están a su vez organizadas en capítulos. Se adjuntan al final del trabajo, los diferentes anexos que contienen la documentación complementaria.

## Estado del Arte

### Capítulo 1

#### El diseño de software educativo

##### 1.1 Introducción

En este capítulo, se plantearán algunas definiciones de software educativo (sección 1.2) y sus principales características y clasificaciones (sección 1.3). Además, se realizará una descripción sobre el rol del software educativo en el proceso de enseñanza-aprendizaje según las diferentes teorías (sección 1.4). Luego, se expondrá cómo se relacionan las teorías de enseñanza y aprendizaje con la aparición de las TICs en las aulas (sección 1.5). Se dará una descripción sobre la importancia que se le asigna al desarrollo de software educativo (sección 1.6) y las posibilidades de evaluación existentes (sección 1.7). Finalmente, se realizará un análisis del impacto que trae aparejado la incorporación de software en el desarrollo de las clases (sección 1.8).

##### 1.2 Definiciones

###### 1.2.1 Software educativo

Existen diversas definiciones de software educativo a las que se han arribado luego de múltiples trabajos de investigación desarrollados a lo largo del tiempo. La formulación de estas definiciones han surgido por el análisis de ciertas características, tales como:

- Función y finalidad del software
- Modalidad
- Rol del alumno

Así, podemos enunciar, entre otras, las siguientes definiciones de acuerdo a distintos autores:

- “Entendemos que denota el software que se utiliza en un contexto educativo, es un término que abarca una variedad amplia y ecléctica de herramientas y recursos. De hecho, engloba un conjunto de entidades tan variables que el hecho de depender de un entorno informatizado crea una impresión de homogeneidad que no resiste un análisis meticuloso” (McFarlane y De Rijcke, 1999 en “Los Desafíos de las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones en la Educación”, OCDE, España, 2001).
- “Son los programas de computación realizados con la finalidad de ser utilizados como facilitadores del proceso de enseñanza y consecuentemente del aprendizaje, con algunas características particulares tales como: la facilidad de uso, la interactividad y la posibilidad de personalización de la velocidad de los aprendizajes” (Cataldi, 2000).
- “Es un programa o conjunto de programas computacionales que se ejecutan dinámicamente según un propósito determinado. Se habla de software educativo cuando los programas incorporan una intencionalidad pedagógica, incluyendo uno o varios objetivos de aprendizaje” (Careaga Butter, 2001).
- “Con la expresión “software educativo” se representa a todos los programas educativos y didácticos creados para computadoras con fines específicos de ser utilizados como medio didáctico, para facilitar los procesos de enseñanza y de aprendizaje” (Marquès, 1996).

Para realizar el presente trabajo, hemos tenido en cuenta la última definición pues es la que engloba a todas las demás, aunque guardan entre sí gran similitud. Según Marquès (1996), podemos incluir en esta definición a todos los programas que han sido elaborados con fines didácticos. Esto es, desde los tradicionales programas de Enseñanza Asistida por Ordenador (EAO), (programas basados en los modelos conductistas de la enseñanza), hasta los programas todavía experimentales de Enseñanza Inteligente Asistida por Ordenador (EIAO). Estos últimos, utilizando técnicas propias del campo de los Sistemas Expertos y de la Inteligencia Artificial en general, pretenden imitar la

labor tutorial personalizada que realizan los profesores y presentan modelos de representación del conocimiento en consonancia con los procesos cognitivos que desarrollan los alumnos.

Considerando entonces la definición de Marquès, no incluiremos en este grupo a todos aquellos software que fueron concebidos para actividades más bien empresariales (procesadores de textos, planillas de cálculos, entre otros), pero que de todas maneras son utilizados también en ámbitos educativos con fines didácticos.

### **1.2.2 Ingeniería de software educativo**

Dada la importancia que ha adquirido el software educativo, existen diversas investigaciones que tratan las diferentes metodologías de desarrollo. Así, podemos mencionar los trabajos de Galvis Panqueva (1992), Cataldi (2000), Salcedo Lagos (2000), entre otros.

En la mayoría de los trabajos se le da importancia a la solidez de análisis, el dominio de las teorías sobre aprendizaje y la comunicación humana, la evaluación permanente a lo largo de todas las etapas y la documentación adecuada como base para el mantenimiento que requerirá el software a lo largo de su vida útil.

Según Cataldi, et al. (2003), para la construcción de un sistema de software el proceso puede describirse como:

- La obtención de los requisitos del software
- El diseño del software
- La implementación
- Las pruebas
- La instalación
- El mantenimiento
- Actualización del sistema

Según estos autores, el ciclo de vida (tiempo que va desde el surgimiento de la idea del software hasta su desinstalación) que conviene seleccionar para considerar los aspectos pedagógicos fundamentales en un software educativo es el denominado prototipo evolutivo, ya que:

- Es favorable contar con un primer esbozo de lo que será el software tan pronto como fuera posible a fin de satisfacer a la curiosidad de los usuarios y poder contemplar las reformas que estos sugieran.
- Es necesario conocer lo antes posible si los desarrolladores han interpretado las especificaciones y necesidades del usuario.
- La emisión de los prototipos brinda la posibilidad de refinarlos en forma sucesiva y acercarse al producto deseado.

Sintetizando, podemos decir que la elección se fundamenta en la ventaja de la realización de los cambios en etapas tempranas y la posibilidad de la emisión de varios prototipos evaluables durante el desarrollo, obteniéndose así, una metodología para su evaluación.

La evaluación se llevará a cabo, cada vez que surja un nuevo prototipo. En cada caso, surgirán sugerencias y correcciones que serán incorporadas. Estas evaluaciones deberían ser internas, externas y contextualizadas. Por último, se evaluará el producto final.

### 1.3 Características y clasificaciones

Los software educativos pueden tratar temas relacionados a matemática, geografía, historia, idiomas, entre otras disciplinas. Si bien pueden existir diversas formas de abordar estos contenidos y al mismo tiempo perseguir un fin didáctico, todos comparten, según Marquès (1996), cinco características fundamentales:

- Poseen una **finalidad didáctica** desde el momento de su elaboración.
- Utilizan la computadora como soporte en el que los alumnos realizan las actividades que ellos proponen.
- Son interactivos. Contestan inmediatamente las acciones de los estudiantes y permiten un diálogo y un intercambio de informaciones entre el ordenador y los estudiantes.

- Individualizan el trabajo de los estudiantes, ya que se adaptan al ritmo de cada uno y pueden modificar sus actividades según las actuaciones de los alumnos.
- Son fáciles de usar. Los conocimientos informáticos necesarios para utilizar la mayoría de estos programas son similares a los conocimientos de electrónica necesarios para usar un vídeo, es decir, son mínimos, aunque cada programa tiene sus propias reglas de funcionamiento que es necesario conocer.

Los software educativos pueden ser clasificados según diversos aspectos, entre los que se encuentran (Marquès, 1996):

- Contenidos
- Destinatarios
- Estructura
- Posibilidad de modificar sus contenidos
- Bases de datos
- Medios que integra
- Inteligencia
- Objetivos educativos que pretende facilitar
- Procesos cognitivos que activa
- Función en el aprendizaje
- Tratamiento de los errores
- Función en la estrategia didáctica
- Diseño

Cataldi (2000) afirma que uno de los aspectos claves que se debe considerar en el desarrollo de software educativo, es el referido a las características de la interface de comunicación, que a su vez deben coincidir con la teoría comunicacional aplicada y con las estrategias que se desarrollan para el logro de determinados procesos mentales. Estas características permiten una clasificación de los diferentes software educativos. Según esta autora, se puede considerar la siguiente clasificación:

- Tutoriales
- Simuladores
- Entornos de programación



- Herramientas de autor

Para Galvis Panqueva (1992), una primera forma de clasificar los software educativos es dividirlos en algorítmicos y heurísticos. En los primeros, se pretende lograr el aprendizaje vía transmisión de conocimiento desde quien enseña hacia el que aprende, quien diseña el software planifica secuencia de actividades para dirigir al estudiante; el rol del alumno es tratar de asimilar la mayor cantidad de conocimientos posibles por medio de la utilización de la herramienta. En los software de tipo heurísticos, predomina el aprendizaje por experimentación y descubrimiento. El creador del software propone ambientes con situaciones que el alumno debe explorar y llegar al conocimiento a partir de la experiencia, creando (según señala Salcedo Lagos, 2000) sus propios modelos de pensamiento, sus propias interpretaciones las cuales puede someter a prueba con la herramienta.

Detalladamente, Galvis Panqueva (1992) realiza la siguiente clasificación de los software educativos:

- Tutoriales
- Sistemas de ejercitación y práctica
- Simuladores
- Juegos educativos
- Sistemas expertos
- Sistemas inteligentes de enseñanza

Las clasificaciones dadas por Cataldi (2000) y Galvis Panqueva (1992), se complementan y proporcionan diferentes aspectos a considerar al momento de clasificar un software educativo.

Por otro lado, y complementando las características y clasificaciones analizadas, es importante también tener en cuenta la opinión de Cuevas Vallejos (2002). Según este autor, cuesta mucho tiempo y esfuerzo desarrollar software para implementarlos en actividades educativas dentro de la matemática, ya que al tratar de enseñar a los alumnos un concepto matemático se debe presentar la reunión de varios mundos, contextos o registros de representación semiótica. Es decir que no sólo debemos enseñar el concepto sino que, si el mismo lo permite, debe estar instanciado en un mundo geométrico, algebraico, aritmético o físico. Esto dificultará la tarea de programación y el logro de las interfaces.

## 1.4 Las teorías de aprendizaje y el software educativo

### 1.4.1 Introducción

Al momento en que decidimos incorporar un software en nuestra clase para desarrollar actividades de enseñanza - aprendizaje, estamos eligiendo a su vez en forma directa o indirecta diferentes estrategias. Esto es, podemos pretender, por ejemplo, que los alumnos se ejerciten y practiquen, desarrollen actividades de simulación, las que a su vez se pueden planificar en forma individual o grupal.

Las diferentes teorías sobre cómo logramos nuestros aprendizajes, han incluido en sus estudios al rol de los software educativos. Como indica Salcedo Lagos (2000), los aportes de cada teoría no son necesariamente convergentes, como no lo es la perspectiva desde la cual se analiza el fenómeno de cada caso, ni los métodos usados para obtener el conocimiento. Si hubiera una teoría que atendiera todos los aspectos del fenómeno, que abarca a las demás teorías, no habría que estudiar las otras. Pero la realidad es diferente. Así surge la necesidad de por lo menos conocer los puntos más importantes de los diferentes aportes relacionados al tema. Por tal motivo, a continuación se presenta una breve descripción de las características de dichas teorías, considerando entre otros autores el trabajo de Urbina Ramírez (1999).

### 1.4.2 Principales características

El **Conductismo** considera que la asociación es uno de los mecanismos centrales del aprendizaje teniendo en cuenta la secuencia básica estímulo-respuesta.

Uno de los autores más representativo del conductismo es Skinner (1985). Su teoría del condicionamiento operante es una gran influencia conductista en el diseño de software.

Las primeras aplicaciones educativas de las computadoras se basan en la enseñanza programada de Skinner (1985). Esta enseñanza consiste en la formulación de preguntas y la sanción correspondiente de la respuesta de los alumnos.

Así, se constituyó la enseñanza asistida por ordenador (EAO). Este tipo de instrucción adquirió un gran auge en la década del 60. Esta enseñanza se centra en programas de ejercitación muy precisos y basados en la repetición. Están diseñados en pequeños módulos que se desarrollan en forma lineal, y el sujeto no debería tener inconvenientes en avanzar en la solución de la ejercitación. De lo contrario el software estaría mal elaborado.

La teoría del **Aprendizaje Significativo** de Ausubel et al. (1997) se centra en el aprendizaje de materias escolares, fundamentalmente. Con el término significativo se opone al memorístico. Aquí son muy importantes los conocimientos previos del alumno; para que un nuevo contenido sea significativo, el alumno los incorpora a los que ya posee previamente.

Ausubel et al. (1997) consideran que la enseñanza asistida por ordenador constituye un medio eficaz para proponer situaciones de descubrimiento, pero no reemplaza a la realidad del laboratorio. Señalan además, la falta de interacción entre la computadora, los alumnos y el profesor. A este último, le adjudican un rol fundamental que no puede reemplazar una computadora.

En su teoría, Bruner (1972) le asigna gran importancia a la acción en los aprendizajes, surgiendo así la expresión **Aprendizaje por Descubrimiento** oponiéndose a la postura anterior de Ausubel et al. (1997), en la cual el aprendiz es sólo receptor del contenido a aprender. En esta teoría de Bruner, es muy importante en la enseñanza de los conceptos básicos que se ayude a los estudiantes a pasar de un pensamiento concreto a un estado de representación conceptual y simbólica. De lo contrario, sólo se lograría la memorización sin establecer ningún tipo de relación.

Considerando los materiales para el aprendizaje, se propone la estimulación entrenando las operaciones lógicas básicas. Se persigue así el objetivo de reorganizar la evidencia, para poder obtener a partir de ella nuevos conocimientos.

El enfoque básico de Piaget (1985) consiste en el estudio de cómo se llega a conocer el mundo exterior a través de los sentidos, atendiendo a una perspectiva evolutiva. Piaget afirma que el desarrollo de la inteligencia se logra

por la adaptación de la persona al medio, considerando la *adaptación* como una instancia en la cual ingresa información y otra de *organización* en la cual se estructura esta información.

Si bien Piaget no se mostraba a favor de la utilización de la computadora en la enseñanza, sus ideas influyeron en trabajos futuros de otros autores relacionados con la incorporación de la computadora en educación.

Gagné y Glaser (1987), desarrollan la teoría del **Procesamiento de la información** que considera al aprendizaje y a la instrucción como dos dimensiones de una misma teoría, ya que ambos deben estudiarse conjuntamente. Se torna de fundamental importancia conocer los factores internos que intervienen en el proceso de aprendizaje y las condiciones externas que pueden favorecer un mejor aprendizaje.

Gagné y Glaser citan los factores internos: motivación, comprensión, adquisición, retención, recuerdo, generalización, ejecución y realimentación. Las acciones externas, son las acciones que ejerce el medio sobre el sujeto y le permite a éste desarrollar un proceso de aprendizaje. Dependen del tipo de aprendizaje que se desea alcanzar.

Para desarrollar el proceso instructivo, dentro de esta misma teoría se señala como de gran importancia identificar el tipo de resultado que se espera de la tarea que va a llevar a cabo el sujeto, para detectar las condiciones internas y externas necesarias. Posteriormente, hay que identificar los requisitos previos que sirven de apoyo al nuevo aprendizaje.

Esta teoría representó la alternativa al conductismo en el desarrollo de software educativo. Proporciona pautas de trabajo para la selección y ordenación de contenidos y las estrategias de enseñanzas, siendo de gran utilidad para los diseñadores, que tratarán de mejorar las condiciones externas justamente para mejorar los factores internos y que se puedan lograr así mejores aprendizajes.

Para Papert (1987), creador del lenguaje LOGO, la computadora reconfigura las condiciones de aprendizaje y supone nuevas formas de aprender. Papert inicialmente trabajó con Piaget y tomará como base de su trabajo las obras de éste, surgiendo así la teoría del **Procesamiento de la información**. Sin embargo, mientras que Piaget no veía grandes ventajas en el uso de la

computadora para modelizar la clase de estructuras mentales que postulaba, Papert se vio muy atraído por esta idea y trabajó con los principales investigadores de inteligencia artificial.

Papert indica que el uso adecuado de la computadora puede significar un importante cambio en las formas de aprender de los alumnos. La computadora se debe convertir para el alumno en una herramienta con la que va a llevar a cabo sus proyectos y debería ser tan funcional como el lápiz.

Ante la postura de Papert, surgen algunas críticas. Se sostiene que sus planteos son demasiados optimistas, dado que en las escuelas sólo se realizan con la computadora un conjunto de ejercicios rutinarios. Además, la posibilidad de que el alumno interactúe con la computadora es útil, pero se hace muy necesaria la figura de un profesor que le permita extraer conclusiones. Si bien es importante que el alumno pueda reflexionar sobre sus errores, es posible que no pueda encontrar la solución si no se posee el acompañamiento de un profesor.

Para superar estos inconvenientes, Martí (1992) realiza una propuesta basada en dos ejes:

- Aplicación a situaciones específicas instructivas del **constructivismo**.
- **Mediación** del aprendizaje a través del medio informático y de otras personas.

Es importante destacar el rol que desempeña el profesor ofreciendo una tarea de andamiaje al aprendizaje que desarrolla el alumno.

A todo esto hay que agregarle que si bien durante el diseño del software se debe desarrollar el análisis necesario, este nunca será “suficiente” ya que el mismo software dará resultados diferentes con distintos grupos de alumnos y profesores.

Se denomina **aprendizaje cognitivo** al proceso en el que los docentes proveen a los alumnos un sistema de andamios para apoyar su crecimiento y desarrollo cognitivo (UNESCO, 2004). De esta manera, se permite que los alumnos construyan por medio de la interacción sus propias estructuras. Las TICs son herramientas muy importantes para apoyar el aprendizaje cognitivo,

permitiendo que los grupos compartan ámbitos de trabajo desarrollando actividades y materiales en colaboración.

Como afirma Urbina Ramírez (1999), el diseño, el contexto de aprendizaje y el rol del sujeto ante el aprendizaje, son factores fundamentales a considerar al momento de analizar un software educativo desde las teorías del aprendizaje.

### 1.5 Las teorías del aprendizaje y las tecnologías de la información y la comunicación

Luego de describir sintéticamente las relaciones existentes entre algunas teorías del aprendizaje y el software educativo, retomamos los conceptos de Salcedo Lagos (2000). La *figura 1* nos muestra cómo el fenómeno de aprendizaje oscila entre dos polos: conductismo y cognoscitivismo.



Figura 1

Adhiriendo a las consideraciones de Salcedo Lagos, se puede afirmar que ninguna de las teorías mencionadas representa, por si sola, todas las características del proceso de enseñanza-aprendizaje, ni puede dar respuesta a todos los interrogantes. Por el contrario, cada una de estas teorías hacen

importantes aportes que permiten la comprensión del proceso de aprendizaje, considerando diferentes condiciones y necesidades.

Estas teorías, que son el soporte para las formas de concebir el proceso de enseñanza aprendizaje, pueden dar forma a nuevos métodos pedagógicos. En definitiva, el poder de las TICs para crear nuevos y atractivos ámbitos de aprendizaje para los alumnos, estará dado por la habilidad de los docentes en el uso de estas herramientas. En este sentido, en el Informe Final sobre Educación de la UNESCO de 1998 se afirma:

*“Existen indicios de que esas tecnologías podrían finalmente tener consecuencias radicales en el proceso de enseñanza y aprendizaje clásico. Al establecer una nueva configuración del modo en que los maestros y los educandos pueden tener acceso a los conocimientos y la información, las nuevas tecnologías plantean un desafío al modo tradicional de concebir el material pedagógico, los métodos y los enfoques tanto de la enseñanza como del aprendizaje”*

Indudablemente de cara al futuro, el surgimiento de Tecnologías de la Información y la Comunicación y su posterior inclusión masiva en la sociedad juegan un rol fundamental en el contexto educativo, realizando un aporte fundamental al desarrollo de nuevo software educativo. Esto puede favorecer, según el informe del IIFE-UNESCO (2006), a la adquisición de habilidades necesarias para los nuevos tiempos:

- Creación y selección de la información
- Autonomía
- Capacidad para tomar decisiones
- Flexibilidad y capacidad de resolver problemas
- Trabajo en equipo
- Habilidades comunicativas

Indudablemente la velocidad con que las TICs se van modificando hace muy difícil establecer cómo afectarán estos cambios en el futuro, el proceso de enseñanza-aprendizaje. De todas formas, surgen planteos que presentan un futuro en el cual la idea actual de aula y aprendizaje se verán modificadas sustancialmente. Siguiendo los resultados indicados en el informe del IIFE, podemos señalar que:

*“Es bastante evidente la necesidad de incluir las TICs en la realidad del sistema educativo como una herramienta que apoye tanto lo referido al aprendizaje de los alumnos y de los profesores, como lo que se refiere a mejorar la eficiencia de la gestión de las instituciones y del sistema educativo en general. Por ello debe constituirse en una oportunidad para producir cambios profundos.”*

Los debates pedagógicos en un primer momento, iban desde un extremo en que se encontraban las posturas más optimistas en cuanto al rol de las TICs como condición necesaria para poder desarrollar el aprendizaje hasta aquellas en las cuales las TICs sólo propiciarían una despersonalización de la Educación. Luego de las experiencias desarrolladas en relación con el uso de las TICs y su inclusión en el currículo, se pueden distinguir tres posturas:

- Aprendiendo sobre las TICs. Se refieren a las TICs como un contenido de aprendizaje en el currículum escolar y se relaciona directamente con la alfabetización informática.
- Aprendiendo con las TICs. Hace referencia al uso de las TICs como un medio para mejorar la enseñanza.
- Aprendiendo a través de las TICs. Determina que la enseñanza y el aprendizaje no sería posible sin las TICs.

Actualmente, se menciona a las TICs como un recurso para el proceso enseñanza - aprendizaje. Son muchos los trabajos que mencionan las posibilidades de cómo la informática puede ayudar a los alumnos a acceder a la información, pero indudablemente puede ayudar también a que los profesores puedan facilitar sus actividades de enseñanza. (Poole, 1999).

## **1.6 Importancia**

La elaboración e implementación de software educativo trae aparejado, además de la mejora de los procesos de enseñanza y aprendizaje, la posibilidad de rescatar y preservar los valores culturales de la sociedad en la que se va a implementar. Como se señala en la Organización para la Cooperación y Desarrollo Económicos (2001), el software educativo posee una gran relevancia



cultural, ya que permite a sus desarrolladores la posibilidad de acentuar aquellas características culturales que se quieran rescatar en el lugar en el que se implemente. Es así que al momento de su elaboración se deberá tener presente las expectativas de los usuarios a nivel nacional, regional o local. Cada lugar tendrá sus requerimientos, por ejemplo de lenguaje o de promover su propia identidad.

Otro factor que aumenta el valor de la utilización de software es justamente la posibilidad de que por medio de estos se pueda obtener mayor utilidad de los equipamientos. La mayoría de las veces se realizan grandes inversiones en hardware para los que no existen software por medio de los cuales se utilicen todas sus potencialidades.

La Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) señala que para que el dinero que se invierte en equipamiento e infraestructura se traduzca en las mejoras esperadas, de aprendizaje y de pedagogía, tiene gran importancia el software educativo.

Con el surgimiento de las Tecnologías de la Información y la Comunicación, la educación a distancia ha cobrado una gran relevancia. El software educativo se convertirá sin dudas en una herramienta fundamental que contribuirá con esta modalidad de educación, ya que su incorporación le permitirá tanto a profesores como alumnos contar con una herramienta didáctica fundamental para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Pero no sólo la educación a distancia se verá influenciada en gran medida por la utilización de software educativo y TICs, sino que la inclusión de software educativos y TICs lograrán la concreción de nuevas formas de aprender. Estas se definen de cara al futuro como aprendizaje distribuido (informe del IPE-UNESCO, 2006) que apunta al logro de habilidades como: creación y selección de la información, autonomía, capacidad para tomar decisiones, flexibilidad y capacidad para resolver problemas, trabajo en equipo y habilidades comunicativas.

## 1.7 Evaluación

Dada la importancia que ha tenido el desarrollo de diversos software educativos, son muchas también las investigaciones realizadas sobre las diferentes posibilidades de evaluación de los mismos. Diversos son los aspectos a considerar al momento en que nos proponemos evaluar un software educativo. Algunos de estos aspectos son:

- Alumnos a los que va dirigido
- Contenidos que abordará
- Docentes que lo utilizarán
- Modalidad de la clase en la cual se va a implementar
- Teoría de enseñanza y aprendizaje desde la cual se va a implementar
- Equipamiento que requiere

Estos diferentes aspectos se pueden considerar condicionantes para que un software pueda ser implementado en forma positiva o no.

Otro aspecto relevante a considerar es el que indica Cuevas Vallejo (2000)

*...es importante establecer con claridad el contrato didáctico en el curso a enseñar. Es decir, precisar en qué forma y tiempo intervendrán: la computadora y/o software en el curso; el profesor con las explicaciones pertinentes y el alumno. Es necesario aclarar el rol de cada uno, antes de incorporar a la computadora en el aula.*

Un buen software educativo es aquel que facilita el logro de los objetivos para el cual fue creado y es eficaz en su tarea. Para alcanzar esta meta, Marquès (1998) indica algunas de las características que debe poseer el software:

- Facilidad de uso e instalación
- Versatilidad (adaptación a diversos contextos)
- Calidad del entorno audiovisual
- Calidad en los contenidos (bases de datos)
- Navegación e interacción
- Originalidad y uso de tecnología avanzada
- Capacidad de motivación

- Adecuación a los usuarios y a su ritmo de trabajo
- Potencialidad de los recursos didácticos
- Fomento de la iniciativa y el autoaprendizaje
- Enfoque pedagógico actual
- Documentación
- Esfuerzo cognitivo

Según Bou Bouzá (1997), la peor manera de revisar una aplicación es sentarse ante ella y dedicarse a recorrerlo. Por tal motivo, existen diversas planillas que se pueden utilizar al momento de evaluar un software. Entre ellas podemos mencionar la plantilla MPRO-4 de Bou Bouzá y la Ficha de Catalogación y Evaluación Multimedia de Marquès. Por ello, la validación y verificación del software deberá incluir (como señala Cataldi et al., 2003), un conjunto de procedimientos, actividades técnicas y herramientas, que se utilizarán en forma paralela al desarrollo del software. De esta forma, se pretende asegurar que el software educativo resuelva el problema para el que se creó tratando de detectar y corregir los inconvenientes que puedan aparecer.

Esta evaluación se llevará a cabo considerando los diferentes prototipos, con grupos externos e internos y contextualizados con características similares a los destinatarios.

## **1.8 Su impacto en el desarrollo de una clase**

La inclusión de un software educativo en el desarrollo de una clase implica un cambio significativo en la planificación de la misma. Dicha planificación es de tal importancia, que la falta de la misma puede atentar directamente contra las bondades del software a implementar.

Cataldi (2000) indica que una buena planificación didáctica para la aplicación de un programa de computadora debe considerar los siguientes aspectos:

- La inserción del programa en el currículum
- Los objetivos que se persiguen
- Las características de los destinatarios
- Metodologías y actividades a desarrollar

- Recursos necesarios y tiempo de interacción
- Evaluación de los aprendizajes

Los aspectos anteriores son de gran importancia. Conocer claramente los objetivos que nos proponemos lograr con la aplicación del software educativo es relevante, debido a que constituye el “para qué” de la actividad y guiará todas las tareas subsiguientes a realizar. Conocer los destinatarios nos permitirá saber los contenidos a partir de los cuales podemos planificar nuestras actividades y conocer la facilidad o no de aprendizaje de los grupos de alumnos. También es fundamental realizar una precisa planificación de la metodología con que se implementará la actividad, teniendo presente el tipo de proceso de pensamiento que se pretende desarrollar, como por ejemplo, comparar, practicar, experimentar, entre otros.

Una vez implementada la utilización del software, las actividades que se realizarán posteriormente son de gran importancia ya que permitirán retomar los conceptos trabajados por medio del software.

La importancia de los recursos que necesitaremos, considerando el tiempo requerido para la implementación del software, es determinante del éxito que podremos obtener con las actividades a implementar.

Deficiencias en los recursos seleccionados o en los tiempos previstos no sólo hará que la implementación no sea exitosa sino que además producirán una sensación de frustración tanto en docentes como en alumnos.

Finalmente, deberemos procurar los medios para evaluar la influencia que la utilización del software ha tenido en el logro, por parte de los alumnos, de los diferentes aprendizajes, considerando un cierto período de tiempo, para que se supere el efecto de novedad que produce la inclusión del software en los alumnos, ya que si no se puede producir una distorsión de los resultados obtenidos.

## Capítulo 2

# Las tecnologías y su influencia en el estudio de temas de Cálculo Numérico

### 2.1. Introducción

En el presente capítulo se realizará una síntesis acerca de la evolución de la enseñanza de la Matemática (sección 2.2) y de la incorporación de las tecnologías como herramientas de apoyo al proceso de dicha enseñanza (sección 2.3). Especialmente, se tratará la inclusión de las tecnologías y su influencia en la enseñanza de temas de Cálculo Numérico.

### 2.2. Evolución de la enseñanza de la Matemática

Las dos inquietudes predominantes de quienes se interesan por las Ciencias son, según Canevet (1970), en primer lugar, la identificación de los fenómenos de modo que permita describir su evolución cualitativa, y en segundo lugar, la medida de tales fenómenos. Esta medida aporta una nueva característica para su conocimiento y previsión: la magnitud.

Para responder a la primera inquietud, se han desarrollado la observación y el ingenio exigiendo continuamente una mayor riqueza y precisión del lenguaje corriente. La segunda cuestión ha obligado a crear un lenguaje específico, las matemáticas. Es así que podemos citar las palabras de Galileo quien afirmó:

*“La filosofía está escrita en el gran libro del Universo, constantemente abierto para nuestro deleite, pero que no puede ser entendido salvo que aprendamos primero a comprender el lenguaje en que está escrito. El libro de la Naturaleza está escrito en el lenguaje de las matemáticas, y sus caracteres son triángulos, círculos y otras figuras geométricas, sin las cuales es humanamente imposible*

*entender una sola palabra suya; sin ellos uno está vagando a través de un oscuro laberinto”.*

Muchas otras celebridades de la historia de la humanidad destacaron la importancia de la Matemática como lenguaje utilizado para la representación de diversos fenómenos que estaban estudiando.

La necesidad de manejar y expresar fácilmente las informaciones características del aspecto cuantitativo de los fenómenos ha precisado la elaboración, lenta al principio y después cada vez más rápida, de entes (tales como los números y las funciones), de sistemas de representación (tales como la numeración de posición) y de instrumentos (como la regla de cálculo o la computadora).

La elaboración de la Matemática ha evolucionado desde los primeros registros hallados hace aproximadamente 5000 años (tablillas súmeras y babilónicas y papiros egipcios) hasta nuestros días, PRO Ciencia (1994). Su enseñanza es una actividad que la humanidad viene realizando desde ese mismo momento. A partir de los registros que se han obtenido, se puede establecer que en dichas actividades se utilizaban ejercicios que el alumno debía repetir un número de veces para lograr su aprendizaje. Con algunas variantes, estas mismas prácticas se han reiterado hasta nuestros días.

A lo largo de su historia, la Matemática fue evolucionando con los diversos descubrimientos, pasando del empirismo inicial a la abstracción, y por diversos cambios que se fueron dando hasta adquirir el lenguaje en que está escrita, el método con el que se trabaja y la estructura abstracta en la que se mueve (Baquero y González, 2006 ).

Junto a los cambios que fueron surgiendo en la Matemática, también se fueron modificando las distintas teorías de cómo realizar su enseñanza. Así, esta tarea se ha desarrollado y se desarrolla aún siguiendo diferentes metodologías, tales como la realización repetitiva de ejercicios ó los enfoques únicamente prácticos ignorando cualquier aporte teórico. También, se manifestaron metodologías que priorizaban la memorización de las propiedades formales de las operaciones, llegando a la resolución de problemas (considerando aquellos que generan teoría, que ofrecen resistencia al alumno y que fomentan su creatividad y su espíritu crítico) y a la incorporación de actividades que permitan el aprovechamiento de la potencialidad de calculadoras y computadoras.

Actualmente son muchas las investigaciones que estudian las diferentes formas de enseñar Matemática y cómo se produce el aprendizaje por parte de los alumnos. En esta búsqueda de nuevas metodologías, la inclusión de tecnologías y el aporte que estas realizan a la visualización de diferentes conceptos es muy amplia. Esto se debe a que permiten que se desarrollen actividades desde más de un sistema de representación, es decir no sólo desde el enfoque algebraico sino que también logren visualizar el concepto desarrollado. Para ejemplificar la importancia de la visualización tomaré el ejemplo planteado por Hitt (2003):

*“...podemos percibir una mosca que vuela y no prestamos atención a ese hecho, sin embargo, al querer atravesar una calle y vemos un coche que viene hacia nosotros, realizamos un acto de conocimiento directo en términos de evaluar su velocidad y decidir si es conveniente atravesar o no la calle. Esto último, visualizar, generalmente lo hacemos inconscientemente”*

Lograr que el alumno visualice los contenidos temáticos para el aprendizaje de Matemática es de fundamental importancia y la inclusión de tecnologías es una alternativa que puede ayudar a lograrlo.

### **2.3. Inclusión de las tecnologías en la enseñanza de la Matemática**

En varios aspectos de nuestras vidas, los diferentes avances tecnológicos fueron logrando su lugar hasta afianzarse definitivamente y experimentar una rápida evolución.

La Educación es uno de los ámbitos en los cuales también se han incorporado diferentes medios tecnológicos, aunque en menor medida y no siempre acompañando los avances logrados, especialmente, en el ámbito de las comunicaciones. Sin duda, la Matemática es dónde más se notan estos cambios con la incorporación de la calculadora desde hace ya mucho tiempo, reemplazando rápidamente a las tablas impresas que se utilizaban para la resolución de cálculos.

Los cambios son aún mayores si consideramos la inclusión de la computadora y toda la potencialidad de diferentes herramientas, tanto para el cálculo aritmético o simbólico, para la graficación de funciones como para otras aplicaciones. Si bien el grado de inclusión varía según el nivel educativo, está claro que la inclusión de las diferentes herramientas tecnológicas han modificado y seguirán modificando la enseñanza de la Matemática. Es por ello que, como afirman Guzmán y Gil Pérez(1993):

*“... el acento habrá que ponerlo, en la comprensión de los procesos matemáticos más bien que en la ejecución de ciertas rutinas que en nuestra situación actual, ocupan todavía gran parte de la energía de nuestros alumnos, con el consiguiente sentimiento de esterilidad del tiempo que en ello emplean. Lo verdaderamente importante vendrá a ser su preparación para el diálogo inteligente con las herramientas que ya existen, de las que algunos ya disponen y otros van a disponer en un futuro que ya casi es presente...”.*

Indudablemente, los diferentes software educativos desarrollados para Matemática tienden a evitar el trabajo rutinario que los alumnos deberían realizar. Se produce así un ahorro de tiempo que podrá ser utilizado para el análisis y comprensión de los contenidos abordados, a lo que debemos sumar el gran apoyo que significa para el estudiante la posibilidad de graficar y por lo tanto, tratar de visualizar los conceptos en estudio.

Según Hernández et al. (1980), la educación científica debe tratar de desarrollar en los alumnos una forma de pensar que combine la comprensión y la profundización teórica con las actividades prácticas, a lo que puede contribuir en gran medida la inclusión de tecnologías, tales como la computadora.

La inclusión de las computadoras en la enseñanza de la Matemática debería ser un motivo de reformulación de la didáctica de esta ciencia y de las prácticas docentes. Como afirma Vílchez Quesada (2005), el desarrollo de las tecnologías digitales con sus consecuentes cambios sociales y culturales, está transformando el contexto de las instituciones de enseñanza superior.



### 2.3.1 Formas de inclusión

Es a partir del nacimiento de la microcomputadora cuando surge un verdadero despegue en el uso de la computadora en la enseñanza de la Matemática. Así, han surgido propuestas que van desde la introducción en los cursos tradicionales de matemáticas de programas de cómputo que realizan cálculos numéricos, operaciones lógicas, operaciones simbólicas, entre otras, hasta la elaboración de ciertos lenguajes de computadora, con la pretensión de que su aprendizaje podría facilitar la adquisición, por parte del educando, de conceptos matemáticos álgidos y aún más, conceptos con un problema crónico de aprendizaje. Cabe mencionar que posiblemente ante la rapidez del cambio que la computación en la educación ha producido, no siempre ha dado el éxito esperado. Esto se debe, fundamentalmente, a la ausencia de una cuidadosa planeación didáctica causando a menudo, una confusión tanto en el estudiante como en el docente, que más que beneficio ha traído desconcierto y perjuicio en el tradicional proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática.

Una vez incluida la computadora en las clases, debemos considerar las diferentes formas de incluirla en la enseñanza de la Matemática. Para ello, consideramos la clasificación realizada por Cuevas Vallejos (2000). Este autor tiene en cuenta las siguientes categorías:

- La computadora como una herramienta que nos permite la creación de ambientes de aprendizaje inteligentes.
- La computadora como una herramienta de propósito general en la labor cotidiana del docente y/o alumno.
- La computadora como una herramienta capaz de generar matemática.

En la primera categoría, se destaca la inclusión de la computadora como una herramienta para que a través de la enseñanza de un lenguaje de computación se aprenda Matemática. En esta categoría, uno de los casos más conocidos es el lenguaje LOGO, cuyo autor (Papert, 1987) señala que el aprendizaje de este lenguaje facilitaría el aprendizaje de conceptos matemáticos. Existen además, otros ejemplos similares en los cuales los creadores de las experiencias afirman que el alumno puede “construir” su conocimiento a partir de la utilización de diversos software. Dentro de esta categoría, se menciona también

a los diferentes tutoriales desarrollados para la enseñanza de la Matemática tendientes a apoyar la actividad del profesor pero no a sustituirlos. Existen software interactivos comerciales o de características libres, que permiten utilizar herramientas de álgebra, geometría y cálculo, convirtiéndolo en una herramienta muy útil para trabajar en Física. Como ejemplo de estos podemos mencionar el Cabri y el Geogebra. Con estos software se pueden hacer construcciones con puntos, segmentos, líneas y cónicas que se modifican en forma dinámica como así también definir funciones reales de variable real, calcular y graficar sus derivadas, integrales, y demás.

En la segunda categoría, se menciona la inclusión que el profesor hace de la computadora en sus clases ya sea usándola en tareas relacionadas con la organización de la información (planillas, notas, listados) o como un herramienta de gran utilidad para la realización de cálculos y visualización de gráficos valiéndose de diversos software existentes como pueden ser el Mathematica, MatLab, Octave, entre otros. Cada una de las herramientas anteriores, si bien presentan características particulares, por ejemplo algunos son comerciales y otros son libres, todas generan un ambiente que permite desarrollar cálculo numérico y simbólico, visualización y manipulación de datos, gráficos y objetos. Además, estas aplicaciones poseen un lenguaje de programación de alto nivel, que son de gran utilidad al momento de desarrollar diferentes aplicaciones del campo de la matemática, la ingeniería, la computación o la física entre otras. Indudablemente, la incorporación de estos software ha revolucionado el desarrollo de las actividades científicas, como así también los trabajos desarrollados en el campo de la enseñanza de la matemática.

En la última categoría mencionada, se indica el rol de la computadora como generadora de matemática ya que proporciona nuevos métodos de cálculos y nuevas formas de escrituras que, además de afectar la enseñanza de la Matemática, modifica la forma de investigar en Matemática. Esto ha llevado a que, utilizando las computadoras, se puedan demostrar teoremas como el de los Cuatro Colores, demostrado por Appel y Hankel en 1976 o el E8 demostrado entre otros por Adams en 2007.

En síntesis, podemos afirmar que considerando los software de aplicación, los estadísticos y los de tratamiento simbólico en Matemática, el profesor cuenta en la actualidad con la posibilidad de tener un laboratorio en su

clase, produciendo un cambio en la manera de enseñar e investigar Matemática. (Otero Diéguez, 2004).

### **2.3.2 Inclusión de las tecnologías y su influencia en la enseñanza de temas de Cálculo Numérico**

La velocidad de cálculo se ha multiplicado varios millones de veces desde la aparición de la computadora. En la revista Nueva Escuela (1995), se cita que en 1930 el 75% del costo de un objetivo de cámara fotográfica estaba dado por el cálculo de su óptica; debían seguirse laboriosamente la trayectoria de los rayos en su refracción a través de media docena de dioptría o superficies de separación entre varias clases de vidrio y el aire. En la actualidad, el costo de este cálculo es prácticamente nulo y el precio de estas cámaras ha disminuido notablemente. En las construcciones electromecánicas, la ingeniería cuesta sólo el 2% del total, y a veces se da sin cargo al quedar comprendida dentro de los márgenes en que fluctúa la utilidad. Estos hechos, que hasta hace algunas décadas resultaban inimaginables, se deben a la incorporación de las tecnologías informáticas como herramienta de cálculos matemáticos.

Como menciona Arratia et al. (1999), *“desde que se empezaron a usar las computadoras a finales de los años cuarenta se les ha dado un gran impulso y relevancia, dado que al librarnos éstas de los cálculos manuales, podemos centrar nuestro esfuerzo en una adecuada formulación del problema y en la interpretación de resultados”*.

Los sistemas de cálculo de la actualidad han extendido los dominios de trabajo de cálculo, haciendo posible en muchas ocasiones rechazar interpretaciones aproximadas de problemas aplicados y pasar a la solución de problemas establecidos con precisión. Esto exige la utilización de ramas profundamente especializadas de la Matemática, como es el Análisis Numérico. (Demidovich et al., 1993).

La utilización adecuada de las modernas computadoras resulta imposible sin un dominio en la técnica y utilización de los métodos de aproximación y del Análisis Numérico. Todo esto explica el interés universal despertado por los métodos de Análisis Numérico (Demidovich et at, 1993).

En Cálculo Numérico se estudian los diferentes métodos numéricos que permiten aproximar la solución de diversos problemas.

En ocasiones, para un mismo problema existen diversos métodos numéricos que se pueden aplicar. Estos métodos poseen diferencias relacionadas a la forma en que se aproximan a la solución buscada y a la cantidad de cálculos que necesitan para obtener una solución, afectando la eficiencia de cada uno de ellos.

La inclusión de la computadora fue un gran cambio que benefició las tareas desarrolladas desde el Cálculo Numérico, por la cantidad de operaciones que eran necesarias realizar.

Más allá de sólo proporcionar un aumento en la potencia de cálculo, la disponibilidad general de las computadoras y su asociación con los métodos numéricos, ha tenido una influencia muy significativa en el proceso de solución de problemas de las ciencias aplicadas en general. Una gran contribución a este logro fue la aparición de los software matemáticos, algunos de ellos mencionados en 2.3.1, que generaron un entorno mucho más amigable para facilitar toda la potencia de cálculo que ofrecen las computadoras.

Los métodos numéricos son técnicas mediante las cuales es posible formular problemas de tal forma que puedan resolverse usando operaciones aritméticas. Aunque hay muchos tipos de métodos numéricos, todos comparten una característica común: invariablemente los métodos numéricos llevan a cabo un buen número de tediosos cálculos aritméticos. No es raro que con el desarrollo de las computadoras digitales eficientes y rápidas, el papel de los métodos numéricos en la solución de problemas de las ciencias aplicadas haya aumentado considerablemente en los últimos años.

Hoy en día, las computadoras y los métodos numéricos proporcionan una alternativa para cálculos muy complicados. Al usar la computadora para obtener soluciones directamente, se pueden aproximar los cálculos sin tener que recurrir a suposiciones de simplificación o técnicas deficientes. Aunque dichas suposiciones son aún extremadamente valiosas tanto para la resolución de problemas como para proporcionar una mayor comprensión, los métodos numéricos representan alternativas que amplían considerablemente la capacidad para confrontar y resolver problemas; como resultado, se dispone de más tiempo para aprovechar las posibilidades creativas personales. Por consiguiente, es

posible dar más importancia a la formulación de un problema, a la interpretación de la solución y a su incorporación al sistema total o conciencia holística, es decir, pensar y desarrollar la intuición.

Para la enseñanza de los diferentes métodos numéricos, si bien la experimentación es muy importante, demanda mucho tiempo y esfuerzo, lo cual se reduce significativamente con la inclusión de la computadora.

El profesor puede en su clase proponer y desarrollar distintos ejemplos para los cuales aplicará los diferentes métodos de resolución que estén abordando. Sin dudas podrá utilizar el pizarrón, diapositivas o presentaciones; pero por una cuestión de tiempo podrá explayarse sólo en un ejemplo representándolo gráficamente. Con la utilización de un software adecuado y seleccionando previamente los ejemplos correctos, podrá ilustrar su clase con tantos casos como lo crea necesario e incluso proponer nuevos ejemplos, promoviendo la participación de los alumnos. Podrá trabajar también con el mismo ejemplo, cambiando las variables implicadas para observar como se modifican los resultados que se obtienen. Esto es, el uso de un software educativo acorde a las necesidades de Cálculo Numérico aportará muy buenos beneficios educativos tanto para el profesor como para el alumno.

## Descripción del problema

### Capítulo 3

## Presentación del problema

### 3.1 Introducción

La inclusión de las TICs en Educación, como la incorporación de la computadora en Matemática y especialmente en Cálculo Numérico, son hechos que determinaron cambios muy importantes. Somos protagonistas de los cambios que indudablemente las TICs consolidarán en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Además, la inclusión de la computadora en las disciplinas científicas, ha modificado en gran escala la forma de trabajar en las mismas desde hace ya varias décadas.

Por lo expuesto en los capítulos anteriores, por nuestro rol como docentes de Cálculo Numérico y por nuestro interés en trabajar para la incorporación de las TICs en nuestra actividad, hemos emprendido la tarea de analizar y estudiar los resultados obtenidos a partir del diseño e implementación de un software educativo en el desarrollo de nuestras clases.

De aquí que en este capítulo, presentaremos la problemática en la enseñanza de los métodos numéricos para la resolución de ecuaciones no lineales (sección 3.2). Además, analizaremos las diferentes alternativas de utilización de software en Cálculo Numérico (sección 3.3). Posteriormente, plantaremos la hipótesis de nuestro trabajo (sección 3.4) y finalmente, detallaremos la metodología de investigación para responder a la pregunta planteada (sección 3.5).

Es importante señalar que aquí hemos abordado un tema específico de Cálculo Numérico, pero nuestro objetivo final es continuar con el diseño e implementación del Software Educativo de manera que abarque otros importantes temas de Cálculo Numérico (ver capítulo 6).

Por otro lado, es de destacar que para el diseño e implementación del software educativo que hemos desarrollado se han contemplado:

- Los objetivos del curso de Cálculo Numérico
- Los objetivos de la temática particular abordada
- La problemática a solucionar
- El nivel educativo
- El perfil de los estudiantes

### **3.2 Problemática en la enseñanza de los métodos numéricos para la resolución de ecuaciones no lineales**

Los métodos numéricos son científicos en el sentido de que representan técnicas sistemáticas para resolver problemas matemáticos. Sin embargo, hay cierto grado de arte, juicios subjetivos y términos medios asociados con su uso efectivo en la práctica de las ciencias aplicadas. Para cada uno de los problemas, se usan varias técnicas numéricas, se buscan alternativas y se utilizan muchos tipos de computadoras. Por lo tanto, la elegancia y eficiencia de diferentes enfoques de los problemas es muy individualista y se relaciona con la habilidad de escoger entre todas las opciones disponibles. Si bien estas habilidades no son fáciles de comunicar, sí se tiene la esperanza de que los elementos que se le brindan al alumno de Cálculo Numérico, lo orienten cuando se le presenten diferentes alternativas en lo que refiere a los métodos numéricos y a la selección de herramientas apropiadas para su implementación.

Los métodos numéricos se necesitan ya que muchos problemas no se pueden resolver efectivamente usando técnicas analíticas.

De aquí que ante la necesidad de encontrar las soluciones de ecuaciones no lineales, que no siempre se pueden resolver analíticamente o de forma directa, surgen los diferentes métodos numéricos que proporcionan una solución aproximada. Algunos de los métodos utilizados para poder encontrar estas aproximaciones son:

- Iteración de punto fijo
- Bisección
- Regula falsi
- Secante

- Newton
- Newton modificado

Cada uno de estos métodos posee un “fórmula” que aplicada en forma iterativa, bajo ciertas condiciones, nos da una sucesión de valores que se espera converja a la solución buscada.

Los alumnos, con la utilización de calculadoras y programando algoritmos sencillos que implementan los diferentes métodos, pueden resolver los ejercicios propuestos.

Indudablemente, ante la necesidad de resolver la gran variedad de ejercicios propuestos, la prioridad es la obtención del resultado buscado. Muchas veces se pierde de vista la interpretación geométrica del método y las condiciones de convergencia que hacen que se pueda o no aplicar el mismo con resultados positivos. En muchos casos, los alumnos no pueden identificar claramente las razones por las cuales el método no converge, así como tampoco encuentran respuesta sobre por qué un método trabaja mejor que otro, según el problema abordado.

De esta forma, los alumnos, en la mayoría de los casos, resuelven los cálculos en forma mecánica aplicando la fórmula indicada, perdiendo la posibilidad de realizar una interpretación geométrica del método, y en ocasiones no logran comprender como actúan las condiciones de convergencia de éste.

Además, no es sencillo para ellos describir con la mayor exactitud posible la interpretación gráfica y cómo las diversas iteraciones se van acercando o no a la solución deseada.

### **3.3 Uso de software en Cálculo Numérico**

Con el objetivo de ir solucionando la problemática planteada en la sección anterior, durante los diferentes cursos de Cálculo Numérico se han implementado diversas alternativas relacionadas con la utilización de software.

En una primera instancia, los alumnos resolvían los distintos ejercicios propuestos utilizando la calculadora. Además, desarrollaban en diferentes lenguajes de programación los algoritmos que implementaban los métodos



numéricos vistos. De esta forma, se han utilizado Basic, Pascal, MatLab y Octave, diversos lenguajes que por distintos motivos se fueron implementando en diferentes cursos de la materia.

Los alumnos debían desarrollar los programas que le permitiesen implementar los diferentes métodos numéricos y luego eran presentados a la Cátedra para su evaluación. Estos programas poseían la estructura general que conocemos:

- Entrada de datos
- Realización de cálculos
- Salida de datos

De acuerdo al trabajo que hacían los alumnos, cuyo objetivo era resolver un conjunto de ejercicios, la sección de realización de cálculos comprendía la mayor parte del programa, relegando las etapas de entrada y salida de datos.

Por consultas realizadas a las diferentes promociones de alumnos, por los resultados obtenidos en los parciales y entrega de trabajos, y por los tiempos que demandaba el desarrollo de los distintos programas y su evaluación, se decidió modificar la metodología de trabajo utilizada. Esta modificación consistió en que los alumnos desarrollaran sus programas y luego, los usaran en los exámenes parciales para la resolución de un conjunto de ejercicios. De esta forma, el esfuerzo dedicado a la programación se veía directamente reflejado en la calificación obtenida en la evaluación parcial.

Sin embargo y pese a tal modificación, se siguió detectando la necesidad de que los alumnos (para lograr una mayor comprensión de los métodos numéricos) y los docentes (para apoyarlos en el proceso de enseñanza de estos métodos) contaran con una herramienta que les permitiera la visualización de la forma en que cada método de resolución de ecuaciones no lineales llegaba a la solución del problema planteado, desarrollando los correspondientes fundamentos teóricos. De esta forma, surgió la necesidad de diseñar y luego implementar el uso del software educativo que analizamos en este trabajo. En este software, a las etapas de ingreso y salida de datos se les ha brindado tanta importancia como a la parte de realización de cálculos. Esto se debe fundamentalmente, a que perseguimos un objetivo educativo y no sólo de realización de cálculos y obtención de resultados, considerando de vital importancia el proceso por el que se llega al resultado final.

### 3.4 Hipótesis

Luego de lo expuesto anteriormente, nos planteamos la siguiente hipótesis: *el uso de un software educativo diseñado para la enseñanza aprendizaje de los métodos de resolución de ecuaciones no lineales utilizado en el desarrollo del curso de Cálculo Numérico, mejorará los resultados del proceso de enseñanza – aprendizaje de estos contenidos temáticos.*

### 3.5 Metodología de Investigación

Para probar la hipótesis planteada, trabajaremos desde una metodología de investigación en la cual se incorporarán características de tipo cualitativa y de tipo cuantitativa.

Según Erickson (1999), la metodología cualitativa centra su atención en la enseñanza en el aula. Sus preguntas claves son:

- ¿Qué está sucediendo aquí específicamente?
- ¿Qué significan estos acontecimientos para las personas que participan de ellos?

La metodología cualitativa recibe diferentes denominaciones tales como estudio de casos, etnografía, observación participante, entre otros. Según Rinaudo (1996), se pueden indicar las siguientes características:

- *La investigación cualitativa es empírica.* El investigador recoge datos sensoriales sobre el fenómeno en estudio y trabaja sobre ellos de diferentes maneras.
- *La investigación cualitativa estudia cualidades.* Lo que más diferencia a la investigación cualitativa de otro tipo de investigación, es la creencia de que los ambientes físicos, históricos y sociales en los que viven las personas influyen en sus pensamientos, creencias y acciones. Por lo que el rol del contexto se vuelve esencial.
- *El investigador debe situarse personalmente en el ambiente natural en el que se desarrollan los hechos y estudiar su objeto*

*de interés durante un tiempo prolongado.* El investigador debe experimentar la realidad de los sujetos estudiados. Se requiere un tiempo prolongado de observación y de permanencia en el campo.

- *Los métodos cualitativos no se formalizan en procedimientos generales estandarizados.* Los escenarios sociales son tan complejos que es muy difícil definir las variables más importantes y cuáles son los mejores medios para medirlas.
- *En los métodos cualitativos todas las perspectivas son valiosas y todos los escenarios y personas son dignos de estudio.* Uno de los propósitos de la investigación cualitativa es comprender las perspectivas de las personas que participan en las situaciones o problemas estudiados.
- *El investigador cualitativo suspende o aparta sus propias creencias, perspectivas y predisposiciones.*

Para obtener los datos que nos permitirán realizar un análisis del software educativo elaborado y obtener conclusiones, se utilizarán principalmente la observación, las encuestas y los resultados obtenidos por los alumnos en las diferentes evaluaciones parciales. Estos resultados constituirán el aporte de una metodología de investigación cuantitativa.

Se desarrollará una estrategia de triangulación que nos permitirá la coexistencia de la investigación cuantitativa y de la cualitativa. Esta estrategia definida como la combinación de metodologías para el estudio de un mismo fenómeno, considera a los métodos cuantitativos y cualitativos como campos complementarios. Por medio de esta combinación de metodologías se espera balancear las debilidades de cada uno de los métodos numéricos utilizados y poder fortalecer sus ventajas. También, se espera encontrar, con la misma metodología, posibles falencias o detectar contradicciones que no se puedan identificar por algunas de las herramientas (observación, encuestas, datos y demás) en forma aislada. En muchos casos, son necesarios ambos tipos de datos (cualitativos y cuantitativos), para una mutua verificación y de forma suplementaria (Vasilachis de Gialdino, 2006).

## **Descripción de la solución propuesta**

### **Capítulo 4**

#### **Elaboración del software educativo para la enseñanza y el aprendizaje de los métodos numéricos que resuelven ecuaciones no lineales**

##### **4.1 Introducción**

En este capítulo presentaremos las características del software elaborado. En primer lugar, veremos las pautas consideradas para su diseño (sección 4.2). Posteriormente, se detallarán todos los aspectos considerados para el desarrollo de este software (sección 4.3) así como también, el tipo de software resultante (sección 4.4). Finalmente, daremos una descripción de las características del software durante su ejecución y su interacción con el usuario (sección 4.5).

##### **4.2 Diseño del software**

El desarrollo del software educativo que se describirá en este trabajo surge ante la necesidad de contar con un software que permita a los docentes y a los alumnos, no sólo resolver numéricamente ecuaciones no lineales, sino también visualizar gráficamente la forma en que los métodos numéricos aplicados resuelven tales ecuaciones.

Cuando el software a desarrollar es por encargo, es interesante tener una idea de cómo será el programa a elaborar lo antes posible, y a fin de disminuir las expectativas del cliente o usuario, se le irán entregando prototipos con funcionalidades en forma incremental para que se los pruebe durante un período

de tiempo a convenir y haga las sugerencias y los cambios en etapas lo más tempranas posibles del ciclo de vida. Por otra parte, es importante que el usuario sepa cuanto antes si el producto tal cómo se lo interpretó está de acuerdo a sus necesidades y consideraciones. En muchos casos, el usuario no puede dar una idea detallada de lo que desea, y debido a ello, el desarrollador no termina de saber qué es lo que éste quiere exactamente, por lo que cada prototipo realizado, significa una revisión de los requerimientos y un refinamiento de dichos requerimientos a fin de acercarse al producto final (Cataldi et al, 2003)

Si bien en nuestro caso desarrollamos el software como herramienta colaborativa para llevar a cabo nuestra propia actividad docente, podemos destacar que en muchas oportunidades la experimentación con prototipos llevó a que se modifiquen algunas de las características previamente planificadas.

Como relatamos anteriormente, el desarrollo e implementación de un software educativo demanda la realización de un número de etapas que se describirán en este capítulo.

El grupo de trabajo para el desarrollo del mismo está integrado por docentes de la Cátedra de Cálculo Numérico y sus alumnos. Estos últimos fueron los que luego de cada una de las pruebas de los prototipos, aportaron sus consideraciones, contribuyendo así a las correcciones y modificaciones de distintos aspectos. Si bien se recurre constantemente a la opinión de especialistas de distintas áreas, Pedagogía, Matemática e Informática, los integrantes de la Cátedra poseemos una formación tal que nos permite contar con conocimientos relativos a esas disciplinas. En el diseño de este software, no se contó con aportes provenientes directamente del campo del diseño o del desarrollo de software. Se trató entonces, en reiteradas oportunidades, de implementarlo con los alumnos en distintas etapas de su desarrollo para detectar posibles fallas y posteriormente corregirlas.

Luego de plantearnos la necesidad de desarrollar un software, nos encontramos ante la tarea de determinar algunos aspectos que conformarán el entorno para el diseño del mismo, aspectos que surgen para dar respuestas a los siguientes interrogantes:

- ¿A quién estará dirigido el software?
- ¿Qué características tienen sus destinatarios?

- ¿Qué área de contenido y unidad de instrucción se beneficia con este software?
- ¿Qué problema se pretende resolver?
- ¿En qué condiciones los destinatarios utilizarán el software?
- ¿Para qué tipo de equipos estará desarrollado el software?

### 4.3 Elaboración del software

Considerando los contenidos desarrollados en Cálculo Numérico, existen ejemplos de software que resuelven numéricamente ecuaciones no lineales. Aunque los mismos no llegan a cubrir las metas que nos propusimos lograr al comenzar con el diseño del software educativo, los citamos como inspiradores de la etapa inicial del desarrollo del mismo. Estos software son:

- El desarrollado por Dunn en la Universidad de Queensland, Australia
- El elaborado en el Centro de Investigación y desarrollo de software educativo, Instituto Tecnológico de Costa Rica.
- El desarrollado en la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Antioquia, Colombia.

El primero es una versión en la cual se muestra gráficamente la forma en que el método de Newton encuentra la solución de una ecuación no lineal dada. Sólo está desarrollado este método. En la *figura 1*, vemos los datos obtenidos por el software al resolver una ecuación no lineal.

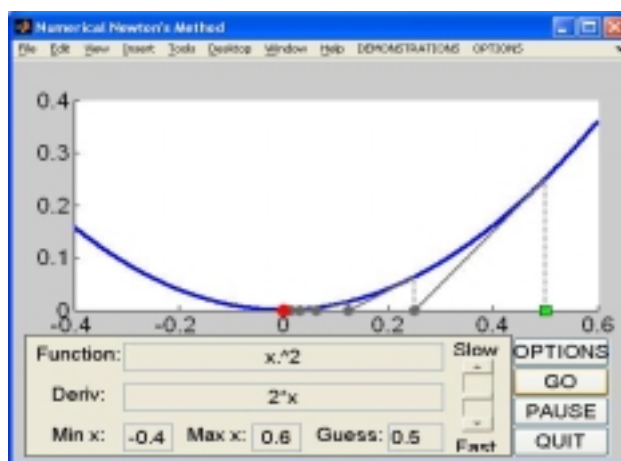


Figura 1

El segundo software resuelve una ecuación no lineal dada por los distintos métodos de resolución abordados en Cálculo Numérico, pero sólo muestra la parte numérica del ejercicio a resolver, graficando simultáneamente la función ingresada. No realiza una aproximación gráfica, es decir, no refleja el modo en que cada método resuelve la ecuación propuesta. En la *figura 2*, se muestra su implementación.

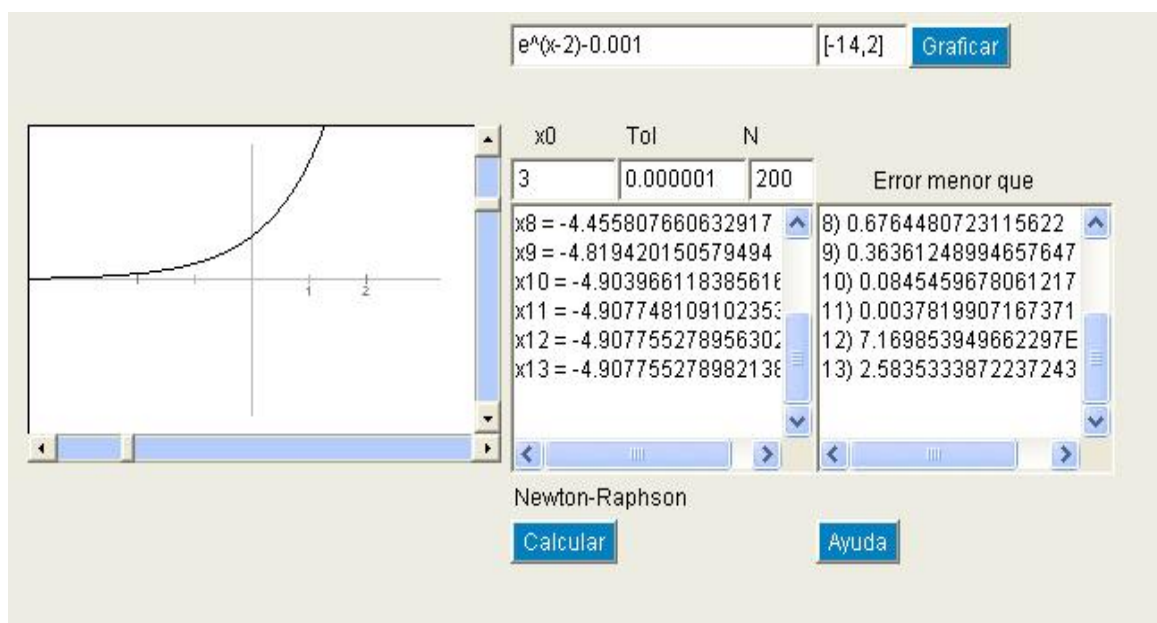


Figura 2

En el tercer caso mencionado, se muestran diferentes animaciones que ilustran el desarrollo teórico correspondiente a diferentes contenidos de Cálculo Numérico, entre los que se encuentra la unidad de Resolución de Ecuaciones no Lineales. Cada una de esas animaciones ilustra un ejemplo general para cada método, como se observa en la *figura 3*, aunque no existe la posibilidad de modificar las características del ejemplo, ingresando nuevos datos o cambiando los existentes.

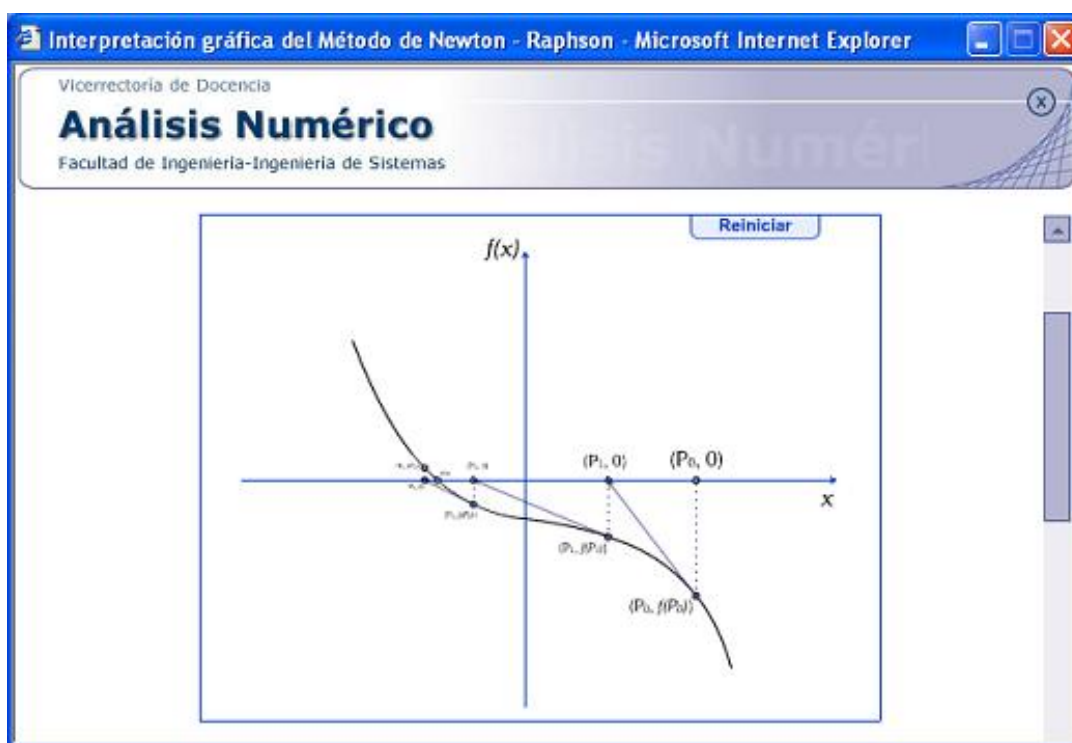


Figura 3

Nuestro software es un aporte a los anteriores tendiente a completar aspectos faltantes en los mismos y que creemos de gran importancia para el proceso de enseñanza – aprendizaje de este contenido temático de Cálculo Numérico.

Si bien en el ámbito de la Cátedra se han usado varios lenguajes de programación, desde Basic, hace aproximadamente veinte años, hasta Octave en la actualidad, la utilización de MatLab, versión 7 (2004) permitió acceder a un gran número de sus herramientas. Entre ellas, la posibilidad de desarrollar GUI (Interfaces de Usuario Gráfica), lo que nos permitió elaborar el software que mostraremos en este trabajo.

Dado que estábamos utilizando MatLab para el desarrollo de los programas que los alumnos realizaban para implementar los diferentes métodos numéricos, y considerando las posibilidades que este lenguaje presenta para el desarrollo de GUI, decidimos comenzar a elaborar el software educativo utilizando MatLab. Ayudaron también a esa decisión, la abundante bibliografía existente sobre MatLab, trabajos desarrollados previamente y nuestra experiencia en la programación en este lenguaje.

La versión actual del software no es con la que se comenzó a trabajar inicialmente en la Cátedra de Cálculo Numérico. En una primera etapa



experimental, se desarrollaron el método de bisección y de Newton. Estos métodos, sólo se podían aplicar a un conjunto acotado de cuatro ecuaciones no lineales que se presentaban como ejemplo. Esta fue una de las importantes modificaciones que tuvo el software y que surgió como una de las principales solicitudes de los alumnos en las etapas de prueba. En la actualidad, se puede aplicar a cualquier ecuación no lineal que ingrese el usuario.

#### **4.3.1 Inserción del software en el currículum**

Si entendemos el currículum como la especificación de qué, cómo y cuándo enseñar y evaluar, debemos incluir en estas especificaciones la utilización de este software educativo. Es por ello que en la planificación que se elabora de la materia Cálculo Numérico al comenzar el año, se debe considerar específicamente la utilización del software. Incluso esta que no se da solamente durante el desarrollo de las clases teórico - prácticas, sino que además se utiliza en las evaluaciones parciales. En esta planificación, se prevé la cantidad de clases dedicada a la utilización del software y su inclusión en los prácticos y en los teóricos correspondientes.

#### **4.3.2 Objetivos**

El desarrollo de este software responde a los siguientes objetivos propuestos:

- Contar con una herramienta que permita la resolución de ecuaciones no lineales y la visualización gráfica del comportamiento de los diferentes métodos numéricos aplicados.
- Que el docente pueda representar gráficamente la cantidad de situaciones y ejemplos que crea necesario, ahorrando tiempo y esfuerzo, obteniendo gran exactitud y apoyándolo en el proceso de enseñanza aprendizaje de esta temática.
- Que los alumnos accedan a una herramienta por medio de la cual puedan interpretar el funcionamiento de los distintos métodos de resolución de ecuaciones no lineales.

- Contribuir a que el aprendizaje de los métodos de Cálculo Numérico no se convierta sólo en la reiteración de una serie de fórmulas y pasos mecánicos, sino en la interpretación numérica y gráfica.

### **4.3.3 Características de los destinatarios**

Los alumnos y docentes de Cálculo Numérico serán los encargados de implementar el software educativo diseñado y por lo tanto, son a quienes el mismo está dirigido y los encargados de experimentar con esta nueva herramienta. Dicha experimentación estará enfocada en la modificación tanto de las clases teóricas como prácticas con el objetivo de facilitar y mejorar la enseñanza – aprendizaje de los métodos numéricos que resuelven ecuaciones no lineales. Cálculo Numérico integra los programas de tres carreras que se desarrollan en la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional de La Pampa. Las carreras son:

- Profesorado en Matemática (tercer año)
- Licenciatura en Física (tercer año)
- Ingeniería Civil (segundo año)

Esta materia se puede cursar por promoción, aprobando los dos parciales que incluyen contenidos teóricos y prácticos con calificaciones no menores que 7.

Cada año, entre 20 y 25 alumnos cursan esta materia que corresponde al segundo cuatrimestre. Posee una carga horaria de 8 horas semanales, 4 de teóricos a cargo de un profesor asociado y 4 de prácticos a cargo de dos ayudantes que completan los integrantes de la Cátedra. Tanto prácticos como teóricos están distribuidos en dos clases semanales de 2 horas cada una.

Los alumnos pertenecientes al Profesorado en Matemática han cursado previamente dos materias relacionadas con computación; estas son Introducción a la Computación y Programación I. Los alumnos de Ingeniería Civil sólo han cursado la primera de ellas. Adquieren en estas materias los conceptos generales de programación estructurada, utilizando los lenguajes Pascal y C. Los alumnos de la Licenciatura en Física han cursado una materia relacionada con computación, denominada Informática, en la cual utilizan programación

estructurada aplicándola a la resolución de problemas de Física, usando el lenguaje C.

En su mayoría, los alumnos del Profesorado en Matemática y de Ingeniería Civil no están acostumbrados a utilizar la computadora en sus actividades académicas y en muchos casos, presentan inconvenientes para el manejo básico de archivos (copiar, mover y eliminar). Por medio de las observaciones de las clases prácticas y de comentarios de los mismos alumnos, se puede asegurar que en muchos casos no han vuelto a utilizar la computadora desde la última materia de computación que han cursado. Los alumnos de Licenciatura en Física, muestran mejor desempeño en el manejo de la computadora y de los diferentes lenguajes de programación, ya que en materias previas han programado en diversos lenguajes (C, MatLab y Mathematica) para resolver problemas de su área de estudio.

Los alumnos de Cálculo Numérico, en forma grupal, deben crear los programas que implementan los diferentes métodos numéricos. Estos programas son los que utilizarán durante los parciales para resolver los problemas y ejercicios propuestos. Si bien la obtención del programa les permite calcular los valores numéricos muy rápidamente, en muchos casos las dificultades de programación hacen que se pierda la posibilidad de comprender el funcionamiento del método numérico en sí. Con el desarrollo del software educativo, creemos que aportamos una herramienta para subsanar la falencia indicada, entre otras cuestiones.

#### **4.3.4 Contenidos**

Los contenidos a desarrollar en Cálculo Numérico, están organizados según las siguientes unidades:

1. Errores. Sistemas Numéricos.
2. Solución Numérica de Ecuaciones no Lineales.
3. Sistemas de Ecuaciones.
4. Aproximación e Interpolación Numérica.
5. Derivación e Integración Numérica.

El software desarrollado implementa los contenidos referidos a la segunda unidad. Estos contenidos están conformados por el estudio de los siguientes métodos numéricos:

- Iterativo de punto fijo
- Bisección
- Regula falsi
- Secante
- Newton
- Newton modificado

El software centra su utilización en la capacidad de:

- Representar y analizar la función que el usuario ingrese, en un determinado intervalo.
- Mostrar el procedimiento para encontrar la raíz de la ecuación correspondiente ubicándola gráficamente.
- Acceder a un marco teórico de cada método numérico, al que puede recurrir al momento de solucionar una ecuación.

#### **4.3.5 Recursos necesarios y tiempos de interacción**

Para la utilización del software educativo se prevé una distribución de uno a dos alumnos por computadora en la instancia de las clases prácticas. En ellas, los alumnos podrán usarlo para la resolución de los ejercicios propuestos. Además, durante los diferentes exámenes parciales se incluye la utilización del software.

También se utiliza el software (con una PC y un proyector) en las clases teóricas como herramienta de apoyo al docente, ya que permite ejemplificar claramente los conceptos expuestos. Además de la claridad y exactitud, permite presentar una gran variedad de ejemplos ahorrando el gran tiempo que se empleaba en la graficación y el cálculo de los resultados en las clases tradicionales.

### **4.3.6 Validación**

En las diferentes etapas de implementación de los distintos prototipos del software educativo, se realizó además la validación del mismo. La falta de una validación adecuada de un software educativo puede ocasionar que el producto carezca de las cuatro características fundamentales que Bou Bouzá (1997) indica:

- Estructura: Falencia que surge cuando se ha revisado la aplicación del software solamente por encima y no se posee un listado de aspecto a revisar.
- Exhaustividad: No se han controlado todos los aspectos que contribuyen a la calidad de la aplicación.
- Rendimiento: Algunas características se han controlado reiteradamente mientras que otras se han pasado por alto.
- Criterio: no se conoce cómo valorar algunas características de la aplicación.

Por medio de este proceso de validación y verificación que aplicamos simultáneamente con el desarrollo del software educativo, tratamos de detectar y corregir los inconvenientes que pueden hacer que el resultado final obtenido se desvíe de los objetivos que se plantearon al iniciar el proyecto.

## **4.4 Tipo de software**

Como pudimos ver en los capítulos anteriores, existen diversas características que hacen que los software se puedan clasificar. Estas características son de gran importancia ya que nos pueden guiar al momento de su implementación, teniendo presente los recursos que serán necesarios y el rol que desempeñará el alumno y el docente.

A continuación haremos una descripción del software educativo, considerando las principales características antes mencionadas.

#### 4.4.1 Características y clasificación

Para analizar las características de este software educativo, nos remitiremos a las clasificaciones enunciadas en el capítulo 1, en las cuales diferentes autores proporcionan una descripción de cuáles deberían ser las características de un software educativo.

En nuestro trabajo, estas características se dan como describiremos a continuación.

**Finalidad didáctica:** La creación de este software educativo responde a la necesidad de contar con una herramienta que proporcione la posibilidad de visualizar gráficamente, cómo los diferentes métodos numéricos obtienen las soluciones de ecuaciones no lineales. Por lo que los objetivos didácticos son la finalidad de este software.

La **computadora** **constituirá el principal soporte** para que el alumno realice sus actividades y obtenga las soluciones buscadas. Indudablemente, la computadora tiende a reemplazar las operaciones que se realizan en lápiz y papel con la ayuda de calculadoras, y en el desarrollo de esta unidad temática las reemplaza casi totalmente.

Este software brinda a los alumnos la posibilidad de mantener una gran **interactividad**, ya que está diseñando de manera tal que dé respuestas rápidamente a sus requerimientos, mostrando la solución buscada o las sugerencias necesarias para corregir los errores cometidos.

Aplicando el software educativo, cada **alumno trabajará a su propio ritmo** ya que podrá introducir todos los ejemplos que crea necesario, con las combinaciones de valores iniciales que crea conveniente. De esta forma, cada alumno tendrá su ritmo de aprendizaje, más allá del ritmo que desarrolle el resto de la clase, no significando esto una presión adicional.

Otras de las características de este software educativo, es su **facilidad de uso**, ya que los requerimientos para su operación son mínimos como también, lo son los requerimientos necesarios para instalar el software.

Todas estas características hacen que podamos clasificar a este software educativo como una herramienta de autor (Cataldi, 2000) que presenta un sistema de ejercitación y práctica (Galvis Panqueva et al, 1997).

#### **4.4.2 Teorías de enseñanza y aprendizaje**

Como mencionamos en el capítulo 1, no existe una teoría que por sí sola represente a todos los aspectos a considerar en torno a la educación y el aprendizaje. Es por eso que en este software educativo, se han considerado aportes de estas teorías que hacen que la utilización de software contribuyan a mejorar la enseñanza-aprendizaje de los contenidos para los cuales fue creado.

Creemos que por medio de este software educativo el alumno podrá:

- Ejercitar repetidamente y con gran precisión resolviendo la cantidad de ejercicios que crea conveniente, y sin encontrarse limitado por el tiempo de cálculo ni por la posibilidad de cometer errores en el cálculo.
- Abordar situaciones de descubrimiento por medio de ejemplos con los cuales fácilmente pueda experimentar.
- Mantener una relación constante entre su pensamiento concreto y la representación conceptual y simbólica, por medio de la representación gráfica de los principales conceptos.
- Apropiarse de los nuevos conocimientos, considerando los conceptos previos que posee.
- Disponer de actividades mediadas por sus docentes, utilizando la computadora y con un continuo acompañamiento de éstos.
- Construir sus propias estructuras y experiencias, por medio de la interacción

#### **4.5 Descripción del software**

Si bien el software educativo que hemos desarrollado fue creado especialmente para la enseñanza y el aprendizaje de temas de Cálculo Numérico, como son los métodos de resolución de ecuaciones no lineales, su aplicación se puede ampliar a otras disciplinas científicas. Principalmente, creemos que puede ser útil en todos aquellos ámbitos en los cuales se desarrollen contenidos relacionados con las raíces de ecuaciones no lineales y con la gráfica y análisis de las mismas.

### 4.5.1 Navegación

El software educativo desarrollado presenta diferentes opciones de navegación. La descripción de dicha navegación se representa por medio del diagrama que mostramos en la *figura 4*:

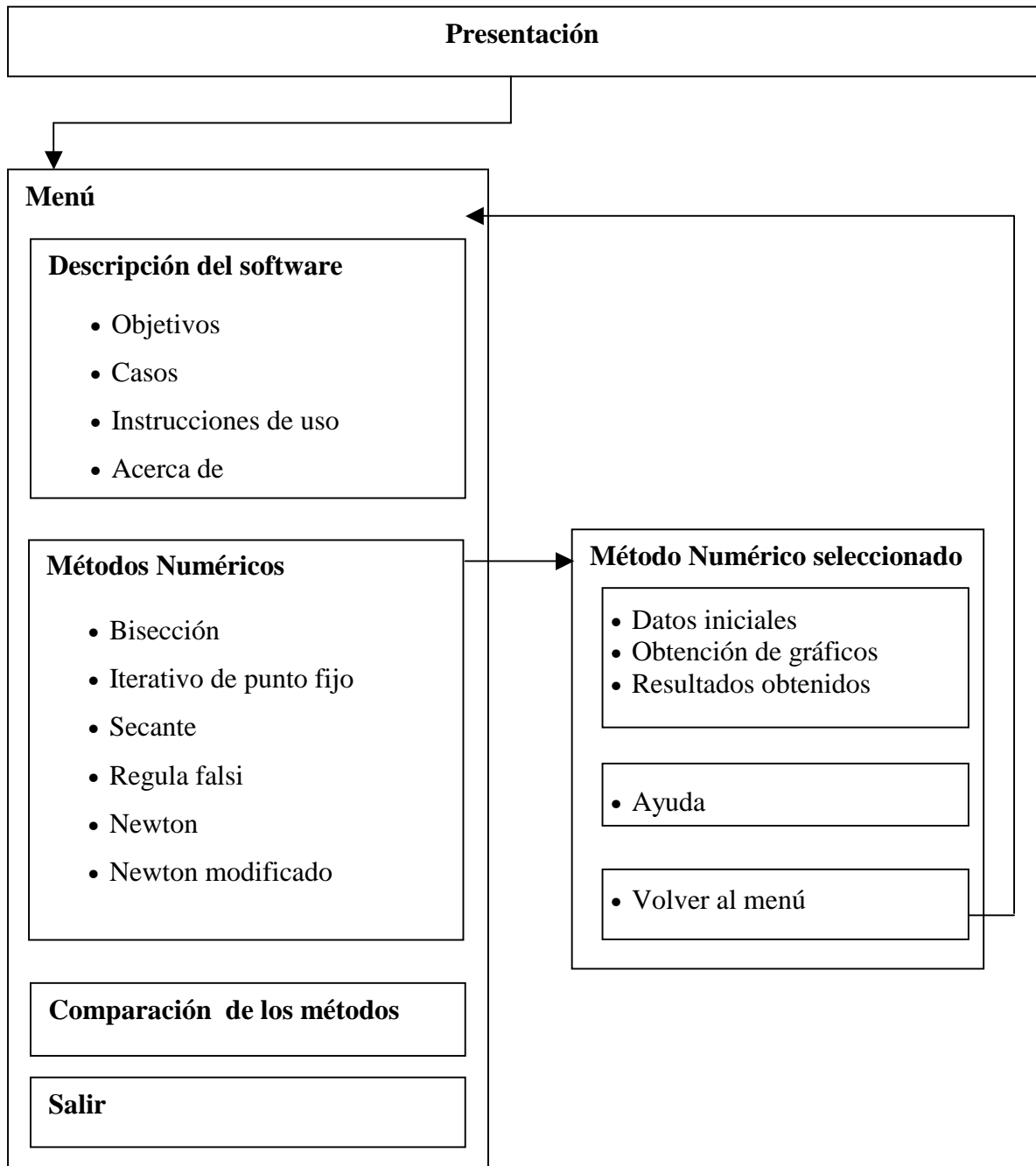


Figura 4



Al utilizar el software educativo, se destacan las siguientes partes:

Presentación

Menú

- Descripción del software
- Objetivos
- Casos
- Instrucciones de uso
- Acerca de

Métodos numéricos

- Bisección
- Iterativo de punto fijo
- Secante
- Regula falsi
- Newton
- Newton modificado

Comparación de los métodos

Salir

En el momento que el usuario ingresa a alguno de los métodos numéricos de resolución de ecuaciones no lineales, tendrá acceso a las siguientes opciones:

Datos iniciales.

- Intervalo de análisis
- Función a analizar
- Cantidad de iteraciones
- Cota de error
- Valor inicial (si el método lo requiere)
- Tiempo entre iteración

Obtención de gráficos.

- Gráfico de la función analizada
- Representación gráfica e interpretación geométrica del método numérico empleado

Resultados obtenidos

- Número de la iteración actual
- Aproximación de la raíz obtenida

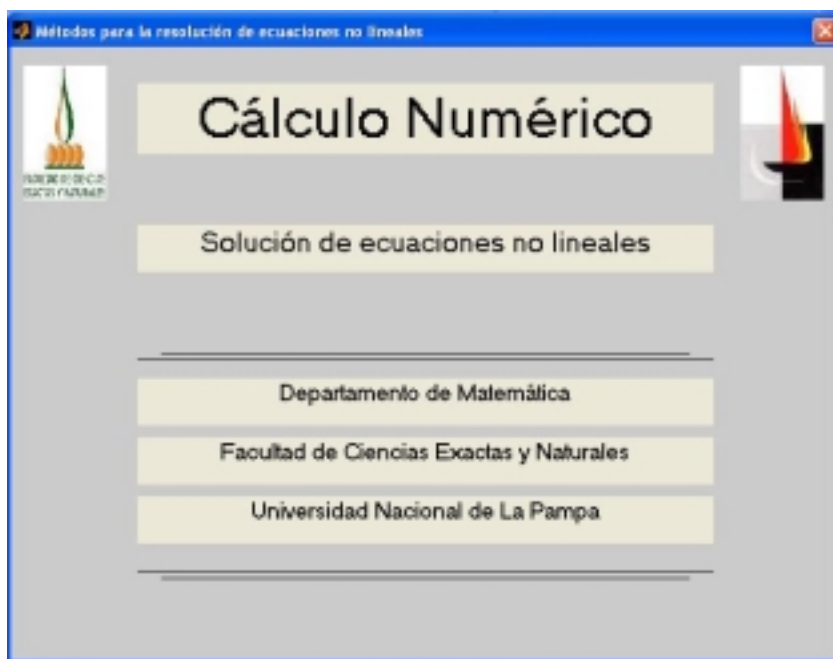
- Valor de la función en esta aproximación

Ayuda sobre los aspectos teóricos del método numérico usado

Volver al menú de selección de los métodos numéricos

#### 4.5.2 Presentación

Al iniciar el software, la primera pantalla que aparece es la que vemos en la *figura 5*:



*Figura 5*

Esta pantalla tiene por objetivo mostrar una presentación del ámbito en donde se desarrolló e implementó el software educativo. Presenta los logos de las Instituciones involucradas. Luego de 5 segundos, se muestra el menú que aparecerá en la pantalla en lugar de esta presentación.

#### 4.5.3 Menú

Luego de la pantalla de presentación se inicia la pantalla que posee el menú con las siguientes opciones (*figura 6*):

**Características del software.** Como vemos en la figura 6, en la parte superior de la pantalla se observan cuatro botones que permiten

acceder a las características principales del software. Dichas características se podrán ver en la parte superior de la pantalla al presionar cada uno de los botones.

**Acceso a los diferentes métodos numéricos.** En la misma pantalla, se puede observar en la parte media un conjunto de botones a partir de los cuales se puede acceder a cada uno de los métodos numéricos estudiados.

**Comparación de los métodos.** Otra de las opciones a las que se puede acceder desde esta pantalla, es aquella en donde se comparan los diferentes métodos numéricos analizados.

**Salir.** Finalmente, en esta misma pantalla, el usuario puede abandonar el programa presionando el botón salir.

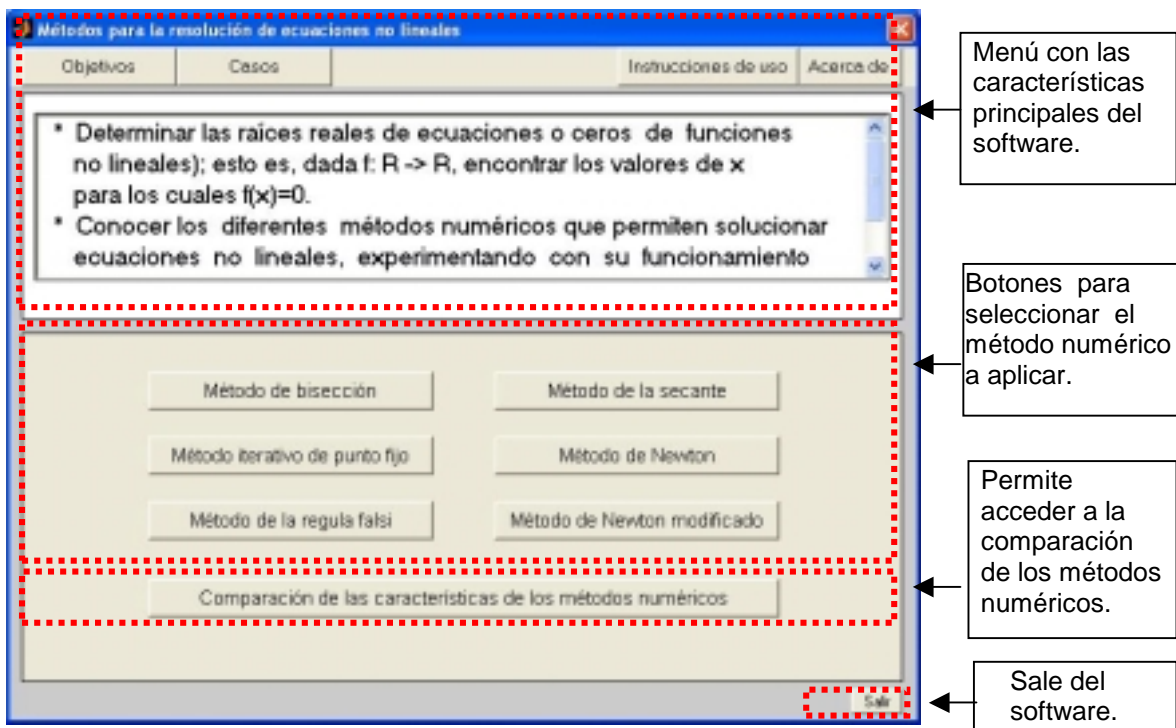


Figura 6

#### 4.5.4 Aplicando los métodos numéricos

Al seleccionar un método numérico, se inicia una nueva pantalla (figura 7) en la cual podemos distinguir las siguientes partes:

**Intervalo de análisis:** En el cual se deben indicar los extremos del intervalo en los que se desea realizar el análisis de la función y su respectiva gráfica. Si el ejercicio que se intenta resolver posee una

solución fuera del intervalo indicado y el método contempla esta posibilidad (métodos abiertos), se va actualizando el intervalo de análisis, con los nuevos valores que se obtienen en las diferentes iteraciones.

**Parámetros para aplicar el método:** En este sector se deben indicar el valor inicial (dependiendo del método), el error admitido, la cantidad de iteraciones máximas y la pausa entre iteración.

**f(x). Graficar. Aproximar la raíz:** Una vez ingresados la función y los datos necesarios para hallar la solución de la ecuación correspondiente, se realiza el grafico de la misma y posteriormente, se obtiene la aproximación de la raíz buscada. Aparece el cuadro de resultados en la pantalla (*figura 8*) en la que se muestra el número de iteraciones que ejecuta el método utilizado, la raíz aproximada y el valor de la función en este punto.

**Ver ayuda. Volver:** Finalizada la ejecución, el usuario puede consultar la ayuda relacionada con el método numérico que desee aplicar o puede volver al menú original.

**Pausar:** Por medio de esta opción, el usuario puede detener la ejecución del programa, permitiendo de esta forma realizar una observación más detallada de los resultados que se van obteniendo o registrar los datos que crea necesarios.

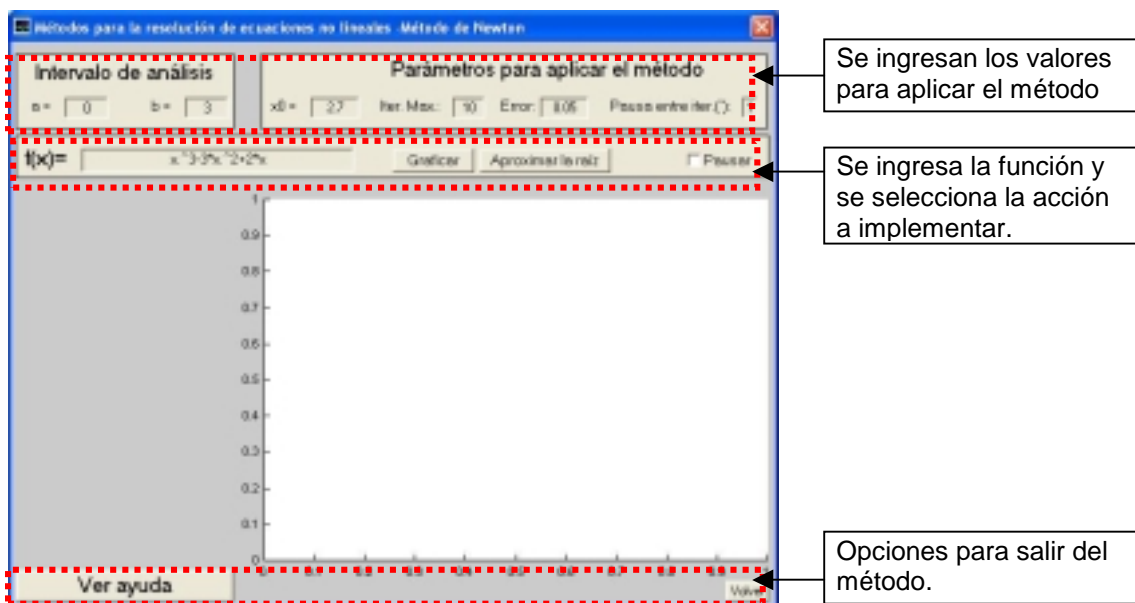


Figura 7

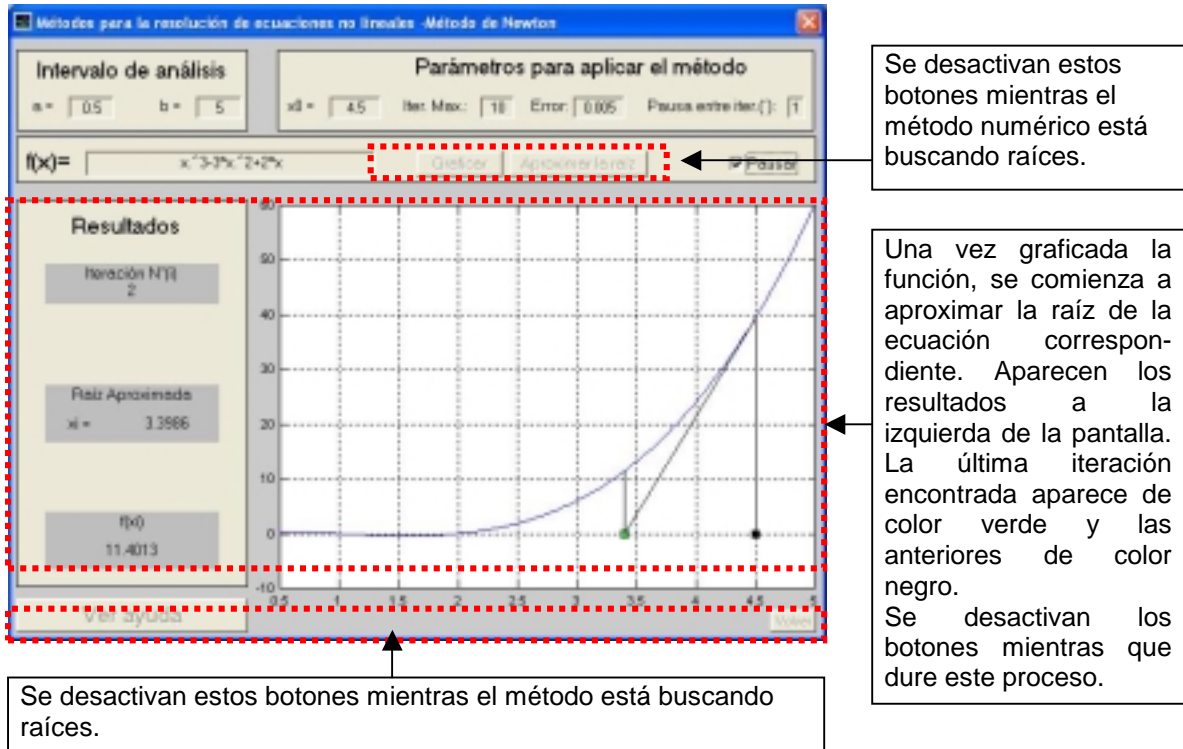


Figura 8

En el momento en que aparecen cada una de las iteraciones, tanto los valores numéricos como la representación gráfica, se emite un sonido que indica que se ha concretado una nueva acción, que pueden ser las indicadas anteriormente o la aparición de un mensaje de error. Durante esta ejecución, se inhabilitan las opciones (botones) que permitirían salir del método numérico sin terminar la ejecución ( figura 9).

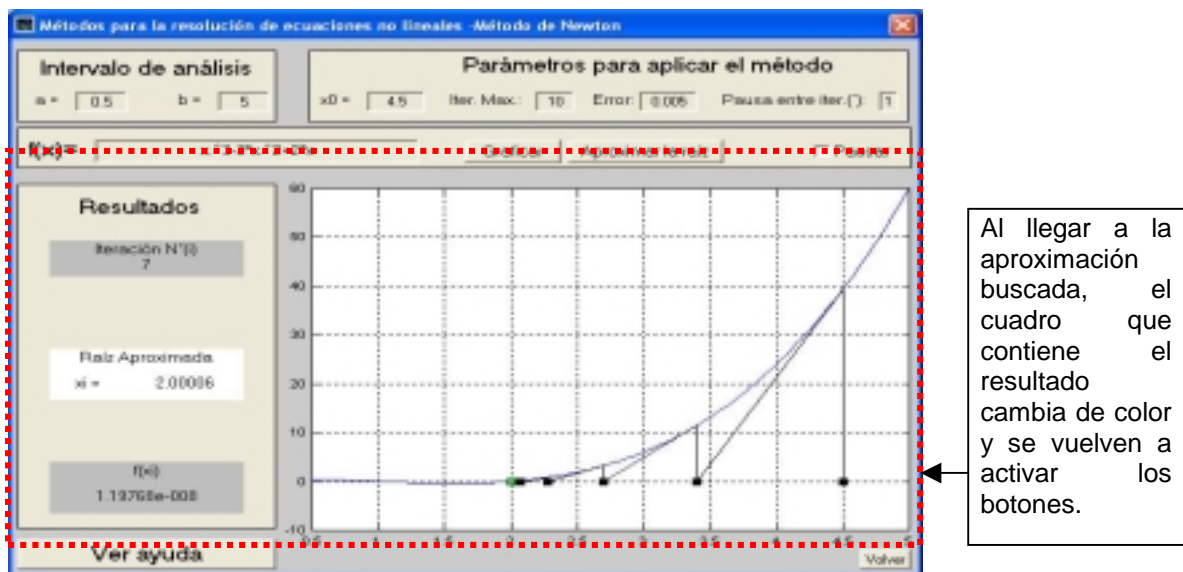


Figura 9

### 4.5.5 Ayuda de cada método

Cada usuario, mientras trabaja con alguno de los métodos numéricos puede seleccionar el botón **Ver ayuda**, que le permite acceder a la pantalla que se muestra en la figura 10, por ejemplo, si está trabajando con el método de la secante.

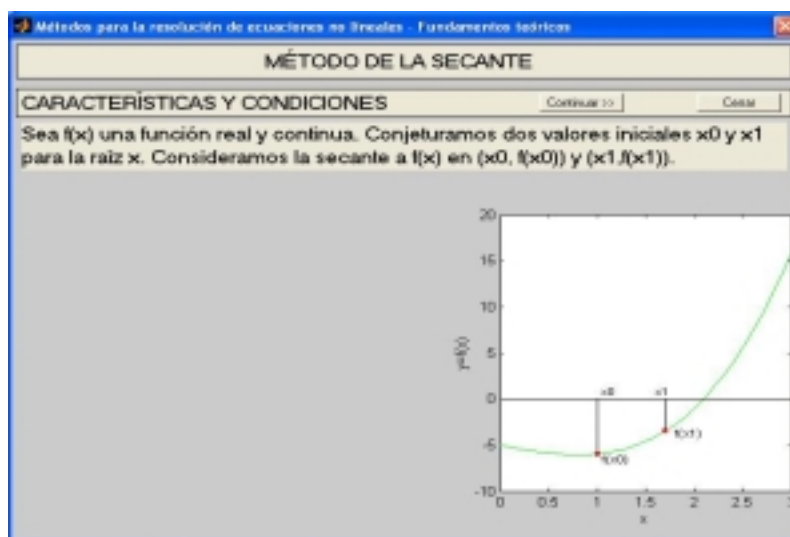


Figura 10

En pantalla, el usuario debe clikear en el botón **Continuar** para que aparezcan las características teóricas del método con su correspondiente representación gráfica. De esta forma, se permite que el usuario visualice los conceptos teóricos fundamentales. Finalmente, se obtiene la siguiente pantalla (figura 11)

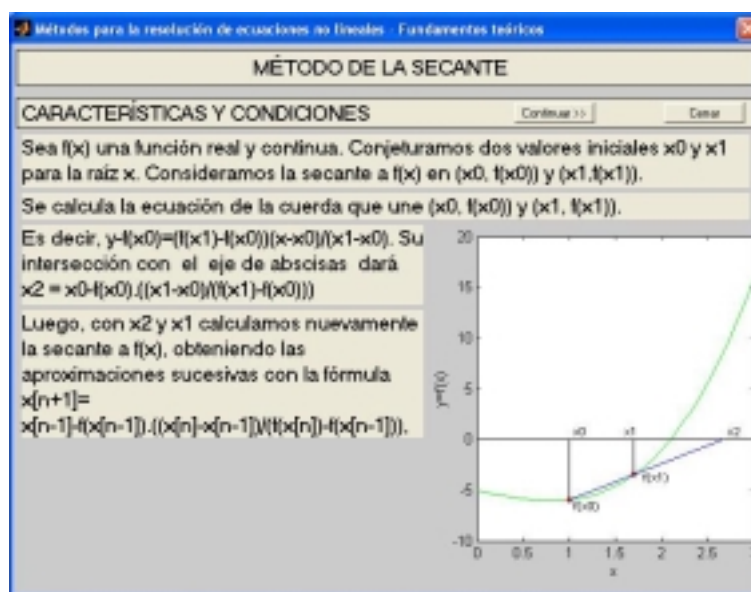


Figura 11

Clicando sobre el botón **Cerrar**, se vuelve al método numérico con el que se estaba trabajando.

#### 4.5.6 Comparación de los métodos

El usuario también tiene la posibilidad de acceder a una opción que le permite relacionar los diferentes métodos numéricos estudiados. Al seleccionar esta opción aparece la ventana que se muestra en la figura 12:

The screenshot shows a window titled "Métodos para la resolución de ecuaciones no lineales" with a sub-header "COMPARACIÓN DE LOS DIFERENTES MÉTODOS". It includes a "Pausar" checkbox and a "Cerrar" button. The table below lists various numerical methods and their comparison criteria.

Método	Cantidad de valores iniciales	Convergencia relativa	Estabilidad	Exactitud	Alcance de aplicación	Esfuerzo de programación	Comentarios
Bisección							
Regla falsa							
Iteración de punto fijo							
Newton							
Newton modificado							
Secante							

Figura 12

Los aspectos que se comparan de los diferentes métodos numéricos son:

- Cantidad de valores iniciales
- Convergencia relativa
- Estabilidad
- Exactitud
- Alcance de la aplicación
- Esfuerzo de programación
- Comentarios

Inmediatamente después de la aparición de la primera ventana (figura 12), comienzan a mostrarse las características de los métodos numéricos. El usuario puede seleccionar la opción pausa, deteniendo así la comparación, lo que le permite analizar detalladamente los diferentes aspectos. Cuando lo desee, puede continuar con el proceso de comparación quitando la opción pausa seleccionada. En cualquier momento de esta comparación, puede volver al menú inicial.

Una vez finalizada la comparación, se obtiene la siguiente pantalla que se muestra en la figura 13:

Método	Cantidad de valores iniciales	Convergencia relativa	Estabilidad	Exactitud	Alcance de aplicación	Esfuerzo de programación	Comentarios
Bisección	2	Lenta	Siempre converge	Buena	General	Fácil	Permite el conocimiento previo de las iteraciones necesarias
Regla falsa	2	Media	Siempre converge	Buena	General	Fácil	
Iteración de punto fijo	1	Lenta	Puede no converger	Buena	General	Fácil	
Newton	1	Rápida	Puede no converger	Buena	Limitada si $f'(x) \neq 0$	Fácil	Requiere la evaluación de $f'(x)$ . Aplicable a raíces complejas.
Newton modificado	1	Rápida	Puede no converger	Buena	Limitada si $f'(x) \neq 0$	Fácil	Requiere la evaluación de $f'(x)$ . Aplicable a raíces complejas.
Secante	2	Entre lenta y media	Puede no converger	Buena	General	Fácil	Los valores iniciales no tienen que encerrar la raíz. Aplicable a raíces complejas

Figura 13

#### 4.5.7 Interacción. Tratamiento de los errores

Durante la utilización del software, el usuario posee una continua interacción con el mismo. Esta interacción está dada por las respuestas que el software proporciona según las acciones desarrolladas.



Ante la situación descrita anteriormente, el método numérico puede hallar la solución para el ejercicio propuesto, pero pueden surgir dos tipos de errores que provienen de:

- El incorrecto ingreso de datos u omisión de los mismos.
- La no obtención de resultados apropiados con el método utilizado.

Para cada una de estas posibilidades, el software responde con diferentes mensajes al usuario por medio de ventanas que le advierten sobre el inconveniente surgido. Luego de que el usuario acepte el mensaje haciendo clic sobre la opción de **OK** (ver figuras 14, 15, 16 y 17), podrá subsanar el problema suscitado, cambiando los valores ingresados o seleccionando otro método de resolución.

En el primer grupo de errores, que como indicamos anteriormente son causados por el incorrecto ingreso de datos u omisión de los mismos, se pueden mencionar las siguientes posibilidades:

- Que el extremo inferior del intervalo sea una valor mayor al extremo superior.
- Que la cantidad de iteraciones o el valor del error ingresado no sea adecuado (cantidad negativa u omisión).
- Que la función a analizar no se haya ingresado con la sintaxis adecuada.

Ante estos errores, aparecen los siguientes mensajes que se muestran en las figuras 14, 15, 16 y 17:



*Figura 14*



Figura 15



Figura 16

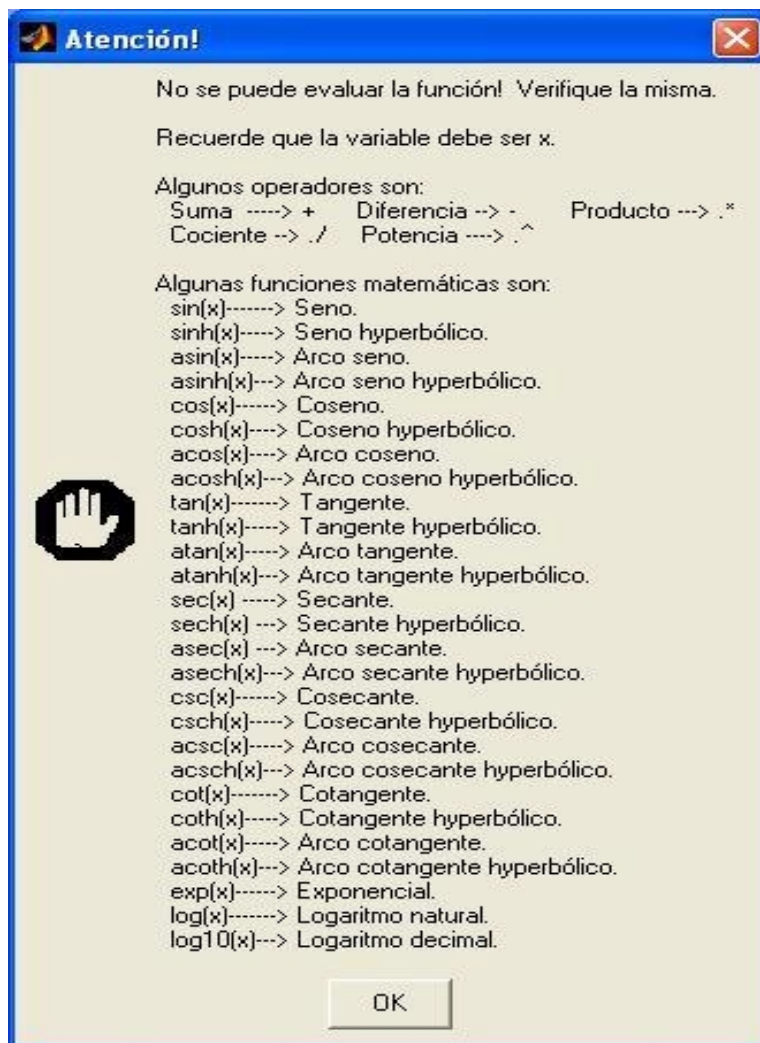


Figura 17

El segundo tipo de error, la no obtención de resultados apropiados, puede surgir debido a que el método numérico:

- No obtiene una solución con el error y con la cantidad de iteraciones indicadas.
- No se cumple la condición suficiente de convergencia para el método numérico empleado.
- No converge con las condiciones iniciales dadas.

Ante estos errores, aparecen los mensajes que se muestran en las figuras 18 y 19

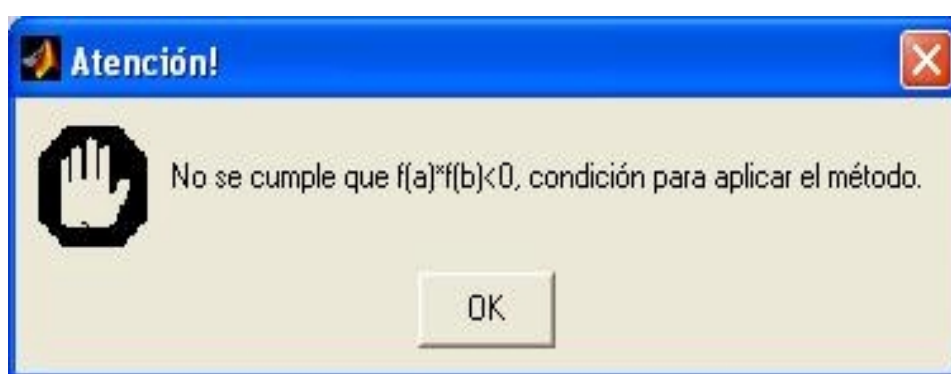


Figura 18



Figura 19

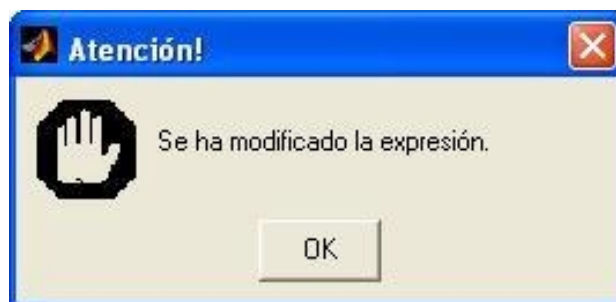
Además de los errores que pueden surgir en la aplicación de algunos de los métodos numéricos, el software permite interactuar con el usuario en el momento en que éste debe graficar la función y luego aproximar la solución de la ecuación correspondiente.

Dado que se considera apropiado primero obtener la gráfica de la función y luego la solución de la ecuación, el software no permite aproximar la raíz sin haber graficado previamente la función. Por lo que aparecerá el siguiente mensaje ante un intento de solucionar la función sin graficarla previamente (figura 20).



*Figura 20*

Puede ser que el usuario haya graficado la función y crea necesario modificar la misma. Por lo tanto, si la modifica, deberá volver a graficarla antes de intentar resolverla. De lo contrario, aparecerá el mensaje que se muestra en la figura 21.



*Figura 21*

Como se ha podido observar, la interacción entre el software educativo elaborado y el usuario es amplia, y se da en diferentes momentos de su utilización.

#### 4.5.8 Especificaciones técnicas

El software se desarrolló en Matlab considerando, especialmente, su facilidad para el manejo de gráficos y la completa lista de operaciones matemáticas que tiene definidas. También, la posibilidad de desarrollar interfaces gráficas con relativa facilidad por medio de sentencias que permiten definir objetos y modificar sus propiedades, fue una característica tenida en cuenta para la elección de Matlab.

Otro de los aspectos que facilitó la programación en Matlab, fue su editor. Este resulta muy amigable, ya que distingue por medio de colores las palabras reservadas, los comentarios y las propiedades de los objetos.

Para poder utilizar el software descrito en este trabajo, se requiere que el equipo tenga instalado la aplicación Matlab en su versión 5 o superior para sistema operativo Windows. Este software está compuesto de un total de 25 archivos que ocupan aproximadamente 150 kb. De estos:

- 22 archivos son de extensión *m*, que son los generados en Matlab.
- 2 archivos de extensión *jpg*, que son las imágenes que se utilizan en la presentación.
- el restante de extensión *bat* que es el archivo que ejecuta el comando para iniciar el software.

Estos archivos se deben copiar a la PC. Luego haciendo doble clic sobre el archivo *serenoli.bat* (**S**oftware **E**ducativo para la **R**esolución de **E**cuaciones **N**o **L**ineales) se inicia el software. A partir de este archivo se podrá acceder, como describimos en los capítulos anteriores, a los diferentes métodos numéricos referidos a la resolución de ecuaciones no lineales, a una ayuda para cada método y a la comparación de los mismos.

El siguiente esquema, figura 22, muestra cómo se relacionan los archivos (programas y funciones) que forman parte del software. Aquellos cuadros cuyo nombre de archivo aparece en cursiva, representan a funciones que son invocadas por cada uno de los programas.

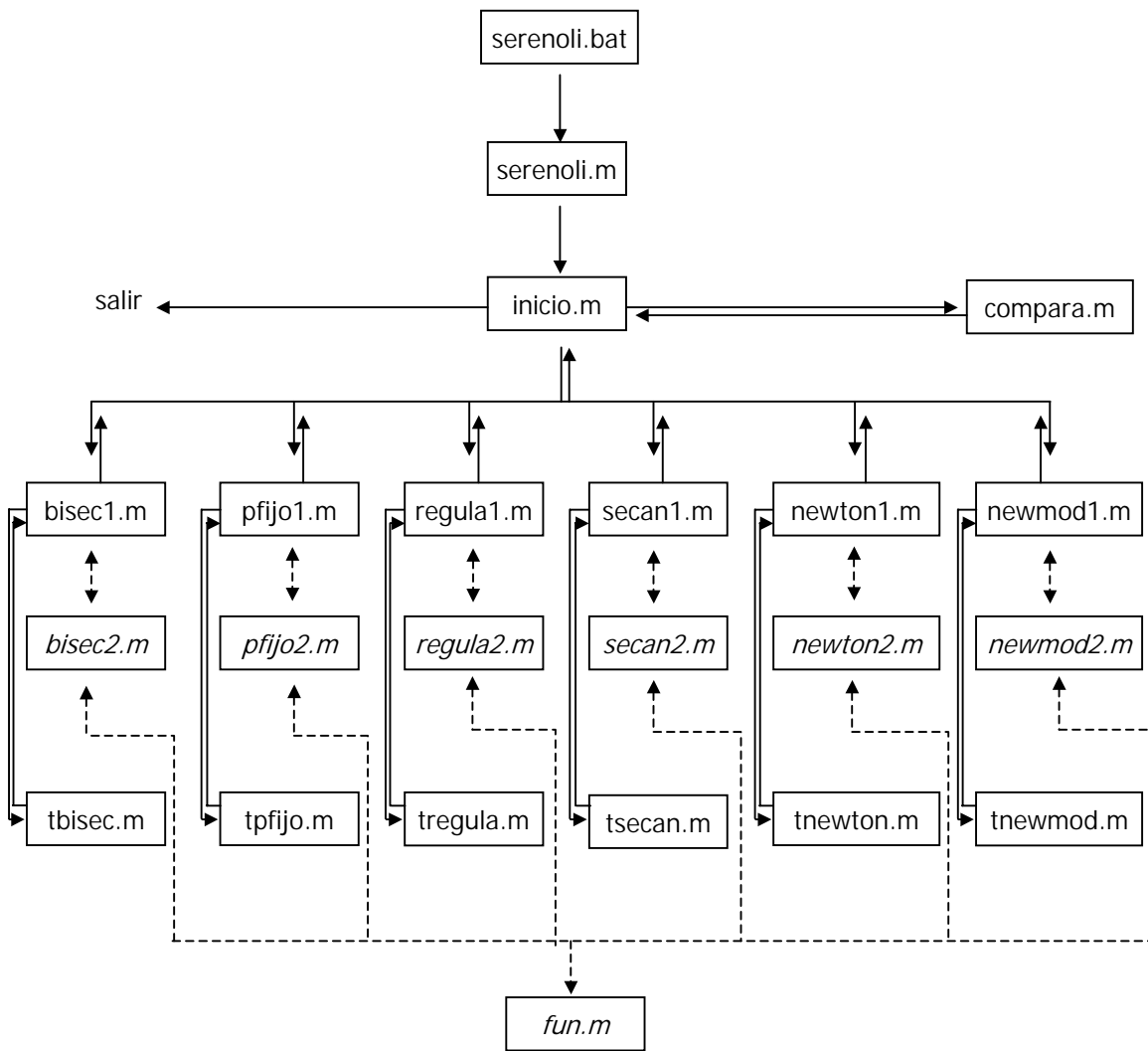


Figura 22

## **Aplicación de la solución propuesta**

### **Capítulo 5**

#### **Aplicación del software educativo en la enseñanza y el aprendizaje de los métodos numéricos para la resolución de ecuaciones no lineales**

##### **5.1 Introducción**

Presentamos en este capítulo una descripción de cómo se implementó el software educativo (sección 5.2). Posteriormente, se realiza un análisis de la implementación del software educativo y de las características de cómo se realizó dicha implementación (sección 5.3). Además se presenta un análisis de su impacto en el desarrollo de las clases (sección 5.4). Finalmente, se presentan los resultados (sección 5.5) y las conclusiones obtenidas a partir de estos resultados (sección 5.6).

##### **5.2 Implementación del software**

Para la implementación del software educativo como una herramienta de apoyo tanto para las clases teóricas como para las prácticas, la selección de los ejemplos que se incluirán en dicho software es de fundamental importancia.

###### **5.2.1 Selección de los ejemplos**

Como en todas las clases en las cuales se le imparten a los alumnos diferentes conceptos, la selección de los ejemplos adecuados es fundamental, ya que un ejemplo que no se ajuste a lo que se desea ampliar o representar puede ser sumamente contraproducente.

Así, la adquisición de conocimientos a través de ejemplos es más efectiva que el aprendizaje a través de la información libre de contexto, siendo ésta más difícil de transferir a nuevas situaciones (Salomón et al, 1992).

Dado que este software educativo tiene un rol fundamental como herramienta para visualizar gráficamente el comportamiento de diferentes métodos numéricos en la resolución de ecuaciones no lineales, seleccionar correctamente los ejemplos es muy importante para poder representar claramente las diferentes características de cada método numérico empleado y poder incluso, realizar una comparación de los mismos. Al iniciar la ejecución de cada uno de los métodos numéricos, el alumno podrá ejecutar directamente el método con el ejemplo indicado y sus respectivos parámetros. Considerando que un ejemplo, es un problema resuelto que se le da al estudiante junto con la derivación de la solución; el mismo cobra importancia fundamental, ya que a partir de su resolución podrá comprender las características del método numérico utilizado. Esto se verá facilitado o no según lo acertado del ejemplo seleccionado.

Los ejemplos seleccionados para tal fin están indicados en el Anexo I.

### **5.2.2 Modalidad de la clase**

El software desarrollado fue implementado durante las clases teóricas y las clases prácticas de la segunda unidad de Cálculo Numérico denominada “Resolución de ecuaciones no lineales”. Dicha unidad se desarrolló desde el 29 de Agosto al 26 de Septiembre de 2007, considerando la última promoción de estudiantes que cursaron esta materia.

Las clases teóricas durante esta unidad son de carácter expositivas. Se desarrollan en el pizarrón, los contenidos teóricos correspondientes a cada método numérico, ejemplificando cada uno de ellos. Para dar esta unidad, en el año 2007, se utilizó el software educativo durante el desarrollo de las clases teóricas, incorporando una PC y un proyector para que toda la clase visualice los diferentes ejemplos desarrollados con la aplicación del software educativo. Rápidamente y por medio del uso de la computadora, el docente pudo ampliar sus explicaciones con nuevos ejemplos que permitieron mostrar en forma gráfica los diferentes conceptos teóricos.



Durante el desarrollo de las clases prácticas, los alumnos (trabajando en la sala de cómputos a razón de uno o dos por PC) pudieron interactuar con el software educativo. Sabían además, que dicho software estaría a disposición de ellos al momento del examen parcial.

Debido a pruebas piloto desarrolladas años anteriores, detectamos cierta reticencia por parte de los alumnos a modificar los datos que debían ingresar al software para aplicarlo a diferentes ecuaciones no lineales. Esta situación atentaba, indudablemente, con su utilidad ya que justamente al probar un mayor número de posibilidades se pueden observar con mayor facilidad las características de cada método numérico. Por tal motivo, se entregó a cada grupo de alumnos un conjunto de ecuaciones no lineales con los valores iniciales y el método numérico en el cual deberían tratar de encontrar la solución buscada. (Anexo II).

Durante el desarrollo de las clases prácticas, los profesores colaboraron con los alumnos en la aplicación del software, asistiéndolos cuando la situación lo requiriera.

El software educativo estaba disponible en las 20 computadoras de la sala de computación para que los alumnos hicieran uso del mismo, probando ejemplos puntuales y resolviendo los ejercicios propuestos del práctico. Tanto en las clases prácticas como teóricas, se informó a los alumnos que durante el desarrollo del examen parcial dispondrían del software para resolver algunos de los ejercicios propuestos.

Los exámenes parciales, por las condiciones antes descriptas, fueron modificados sustancialmente (Anexo III). En años anteriores, debido a que el alumno debía realizar la mayoría de los cálculos con la calculadora y no disponía de las herramientas necesarias para obtener una gráfica de la función en forma rápida, el ejercicio propuesto presentaba en su enunciado los datos con los que se podía aplicar el método numérico. Esto es, se presentaba la función, el intervalo de análisis, el eventual valor inicial y la cantidad de iteraciones que debía aplicar el método numérico. Con la inclusión del software como herramienta para cálculos y representación gráfica, el alumno disponía como dato del ejercicio la función de la cual debía hallar las raíces de la ecuación correspondiente. Por medio de la interpretación y análisis de las gráficas sucesivas, podía acotar rápidamente el intervalo de análisis, obtener valores iniciales, cantidad de

iteraciones a realizar y hasta el error con el que se aceptarían las posibles soluciones.

Esto es, el alumno hace uso de todos sus conocimientos para poder resolver el ejercicio y no sólo realiza los pasos mecánicos para la aplicación de una fórmula iterativa. Por tal motivo, la evaluación del ejercicio ya no consiste en comprobar el valor obtenido luego de una cantidad de iteraciones, sino que el docente debe analizar las respuestas dadas por los alumnos, que les demandan también un significativo análisis. Por tal motivo y con el fin de mejorar la presentación de los exámenes, se les provee de una tabla que se deben completar con los diferentes datos requeridos.

### **5.3 Análisis de la implementación del software**

Las diferentes implementaciones del software educativo se correspondieron con versiones que han sido mejoradas a través de su utilización, hasta llegar a la versión final del software educativo que es la que se implementó con los alumnos del ciclo lectivo 2007.

#### **5.3.1. Recopilación de datos sobre la implementación del software**

Para analizar la implementación del software educativo, se recaba información por medio de diferentes herramientas como son las observaciones, las encuestas y los resultados de las evaluaciones parciales. Se combinan así, herramientas cualitativas y cuantitativas, triangulando los resultados obtenidos que nos permiten detectar cómo la implementación de este software educativo influye en el proceso de la enseñanza y el aprendizaje de la unidad “Resolución de ecuaciones no lineales” de Cálculo Numérico.

##### **5.3.1.1. Observaciones**

Durante las clases prácticas, se produjo la mayor interacción de los alumnos con el software. Esto se debe a que durante las clases teóricas, los alumnos sólo consultaban sobre los diferentes ejemplos que se implementaban, por lo que en las prácticas fueron los momentos en los que pudieron interactuar,

probando sus propios ejemplos con los parámetros que ellos eligieran o con funciones propuestas en los trabajos prácticos.

Durante el desarrollo de las prácticas y por medio de la observación de las diferentes clases, se realizó el registro escrito de los acontecimientos que se producían. En estos casos, el rol del observador, registrando los diferentes aspectos, consistía en tratar de no interferir en el normal desenvolvimiento de la clase y estaba a cargo del docente de la Cátedra. Tratando, tal como indica Reinaudo (1996) citando a Taylor y Bogdan (1986) *"el investigador suspende o aparta sus propias creencias, perspectivas y predisposiciones"*

Del registro de observaciones realizado durante las clases prácticas (el correspondiente a dos clases se encuentra en el Anexo IV) podemos indicar los siguientes aspectos como aquellos que se dieron con mayor frecuencia:

- Más de la mitad de los alumnos manifiestan tener dificultad en el manejo de la PC, ya que consultaron frecuentemente *"¿Cómo hago para copiar estos archivos?"*, *"¿Dónde los tengo que copiar?"*.
- El docente sugiere reiteradamente a los alumnos que prueben con distintas funciones las posibilidades del software (por ejemplo, con los ejercicios propuestos en el práctico)
- En muchos casos, los alumnos ingresan los datos necesarios, grafican la función e inmediatamente proceden a aproximar la raíz de la ecuación correspondiente, aunque por el gráfico de la función podían detectar que el método numérico no arrojaría una solución.
- Dos de los cinco grupos que estaban trabajando mantenían un intercambio fluido, sugiriéndose diferentes parámetros para que los métodos numéricos encontraran la solución buscada.
- Los alumnos preguntaron *"¿esto lo vamos a poder utilizar el día del parcial?"*. Al recibir una respuesta positiva aumentaba su interés en ejercitarse con diferentes funciones.
- Los alumnos que llegaban tarde a la clase práctica comenzaban a utilizar el software. La mayoría se incorporaban a grupos existentes; en los casos restantes, trabajaban solos en otras PC.

Estos aspectos, representan los que más frecuentemente se registraron en las clases observadas.

### 5.3.1.2. Encuestas

Al finalizar esta unidad temática y luego de las evaluaciones parciales, los alumnos que usaron el software fueron encuestados sobre su opinión acerca de la utilización del mismo. Dicha encuesta se encuentra en el Anexo V

El análisis de las respuestas obtenidas se muestra en la tabla 1:

*Tabla 1*

Consulta	Respuestas
La utilización del software, ¿facilitó la comprensión de los métodos numéricos?	El 100% de los encuestados respondió afirmativamente
¿Facilitó la comprensión práctica o teórica de los métodos numéricos, ambas o ninguna?	El 72% de los encuestados manifestó que le facilitó la comprensión de ambos aspectos, el 14% consideró que facilitó los aspectos teóricos y el 14 % restante consideró que le facilitó la comprensión práctica.
¿Qué características del software educativo modificaría para facilitar la comprensión de los métodos numéricos?	El 28% de los alumnos indicó modificaciones y el 72% restante afirmó que no introduciría ninguna modificación.
¿Qué características del software educativo perjudican la comprensión?	El 14% de los alumnos manifestó que existen características que perjudican la comprensión de los métodos numéricos. Los restantes alumnos no manifestaron aspectos perjudiciales.
¿Los ejemplos con los que se inicia el método numérico son adecuados?	Todos los alumnos encuestados indicaron que los ejemplos fueron claros.
¿Pudo instalar el software en alguna PC?	El 86% de los alumnos manifestó que no instaló el software en otro equipo que no fuera el de la Facultad.
Alguna otra sugerencia	Ningún alumno realizó sugerencias.

### 5.3.1.3. Resultados de las evaluaciones

Los alumnos, una vez cumplido con el desarrollo de los contenidos correspondientes al primer examen parcial (Errores, Resolución de ecuaciones no lineales y Sistemas de ecuaciones), realizan la primera evaluación. Los que están en condiciones de cursar por promoción deben aprobar los parciales con calificación igual o mayor a siete. Además los ejercicios son teóricos y prácticos. Estos últimos, se desarrollan con calculadora y utilizando la PC.

Si el alumno no aprueba el parcial, puede rendir un recuperatorio. Al finalizar el cuatrimestre, si sólo aprobó uno de los dos parciales, puede rendir un recuperatorio integral. En este caso, sólo puede aprobar la cursada de forma regular.

En la Tabla 2, se muestran los resultados correspondientes a la evaluación del primer parcial. Además, se muestra la corrección de cada una de las actividades en las que se aplican los métodos numéricos para la resolución de ecuaciones no lineales. Teniendo en cuenta que en esta unidad se utilizó el software educativo y se incluyó su utilización en las evaluaciones parciales.

Cabe señalar que en esta tabla no se incluyen los resultados obtenidos en las actividades relacionadas con las unidades de Errores y de Sistemas de ecuaciones.

Tabla 2

	2007	Cursa	Evaluación práctica escrita		Evaluación práctica utilizando la PC			Evaluación Teórica		Calif.	
			Punto Fijo	Regula	Punto Fijo	Bisección	Secante	Newton	Bisección		Newton
1° Examen parcial	Alumno 1	P	----	----	B	----	----	B	----	SR	D
	Alumno 2	P	----	----	M	----	----	M	----	SR	D
	Alumno 3	P	----	----	R	----	----	B	----	B	A (P)
	Alumno 4	P	----	----	B	----	----	B	----	B	A (P)
	Alumno 5	P	----	----	R	----	----	R	----	SR	D
	Alumno 6	P	----	----	R	----	----	SR	----	SR	D
	Alumno 7	P	----	----	SR	----	----	R	----	B	A
	Alumno 8	R	----	M	SR	----	----	SR	----	----	D
Recuperatorio del 1° examen parcial	Alumno 5	P	----	----	SR	----	B	SR	R	----	A (P)
	Alumno 9	P	----	----	M	----	M	R	R	----	D
	Alumno 6	P	----	----	SR	----	SR	SR	SR	----	D
	Alumno 2	P	----	----	SR	----	SR	SR	SR	----	D
	Alumno 11	P	----	----	SR	----	R	R	R	----	D
	Alumno 1	P	----	----	SR	----	B	B	B	----	A (P)
	Alumno 7	P	----	----	SR	----	B	B	R	----	A (P)
	Alumno 12	P	----	----	SR	----	SR	B	R	----	D

	Alumno 8	R	-----	-----	M	B	B	B	-----	-----	A
	Alumno 10	R	-----	-----	M	-----	B	M	-----	-----	D
Recuperatorio Integrador	Alumno 6	R	-----	B	R	-----	B	B	-----	-----	A
	Alumno 12	R	-----	B	B	-----	B	B	-----	-----	A
	Alumno 9	R	-----	R	R	-----	B	B	-----	-----	A
	Alumno 2	R	-----	M	SR	-----	B	B	-----	-----	A

En esta tabla y las siguientes la columna Cursa toma los valores R (cursado regular) o P (cursado por promoción). La evaluación de los ejercicios es B (bien), R (regular), M (mal) o SR (sin resolver). Mientras que la calificación definitiva es A (P) (aprobado por promoción), A (aprobado) o D (desaprobado).

Analizando los datos de la tabla 2 vemos que en el primer parcial:

- Sobre un total de ocho alumnos que realizaron el primer examen parcial, aprobaron dos por promoción y uno por cursado regular. Los restantes cinco alumnos desaprobaban. Estos datos se representan en el siguiente grafico (Figura 1).

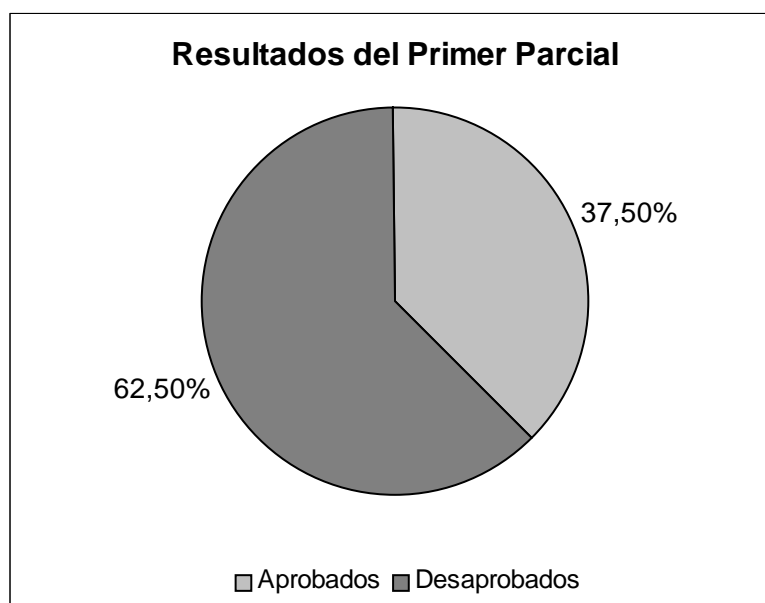
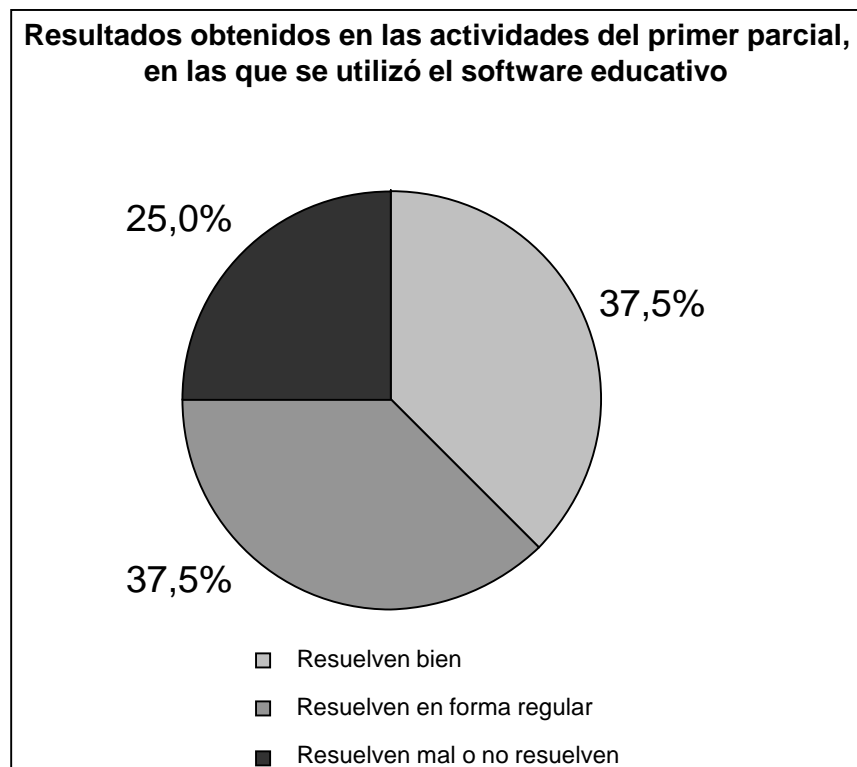


Figura 1

- En la evaluación práctica, utilizando el software educativo, correspondiente al mismo parcial, tres alumnos resolvieron correctamente las actividades propuestas, cuatro no resolvieron las actividades y uno resolvió incorrectamente la actividad. Estos datos se representan en el siguiente gráfico (Figura 2).



*Figura 2*

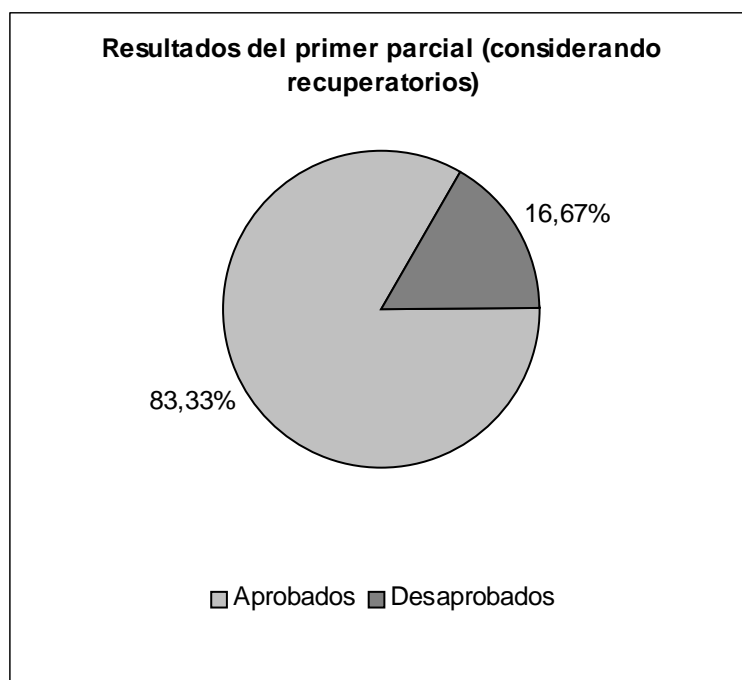
En el recuperatorio del primer parcial, se obtuvieron los siguientes resultados:

- Sobre un total de diez alumnos, ocho rindieron por promoción aprobando tres de ellos y de los dos alumnos restantes que rendían por cursado regular aprobó uno.
- En la evaluación práctica, utilizando el software, todos los alumnos presentaron dificultades para resolver los ejercicios utilizando el método iterativo de punto fijo. Mientras que usando el método de bisección y de la secante, tres alumnos lo hicieron en forma correcta en ambos casos, otros tres alumnos resolvieron correctamente sólo en uno de estos dos métodos, mientras que los restantes cuatro alumnos no resolvieron o resolvieron mal los ejercicios que consistían en la resolución utilizando estos métodos.

En el recuperatorio integral, rindieron cuatro alumnos que resolvieron correctamente los ejercicios utilizando los métodos de la secante y de Newton, aunque con el método de punto fijo sólo dos de ellos lo resolvió correctamente, uno de los alumnos lo resolvió en forma regular y el restante lo resolvió en forma incorrecta.

La resolución de las actividades teóricas, presentó resultados similares a la resolución de actividades prácticas utilizando el software.

Considerando el primer examen parcial, su recuperatorio y el recuperatorio integral, el 83% de los alumnos aprobó (41.5 % por promoción y el 41.5 % restante por cursado regular), mientras que un 17% desaprobó. Estos datos se muestran en el siguiente gráfico. (Figura 3).



*Figura 3*

Si consideramos la misma instancia de evaluación mencionada en el párrafo anterior podemos observar que el 33% de los alumnos resolvió correctamente las actividades que demandaban la utilización del software, el 50% tuvo algún inconveniente para resolver alguno de los ejercicios con los métodos numéricos que se solicitaban en las mismas actividades y un 17 % resolvió mal las actividades en las cuales se incluía la utilización del software. Estos resultados los representamos en el siguiente gráfico. (Figura 4)



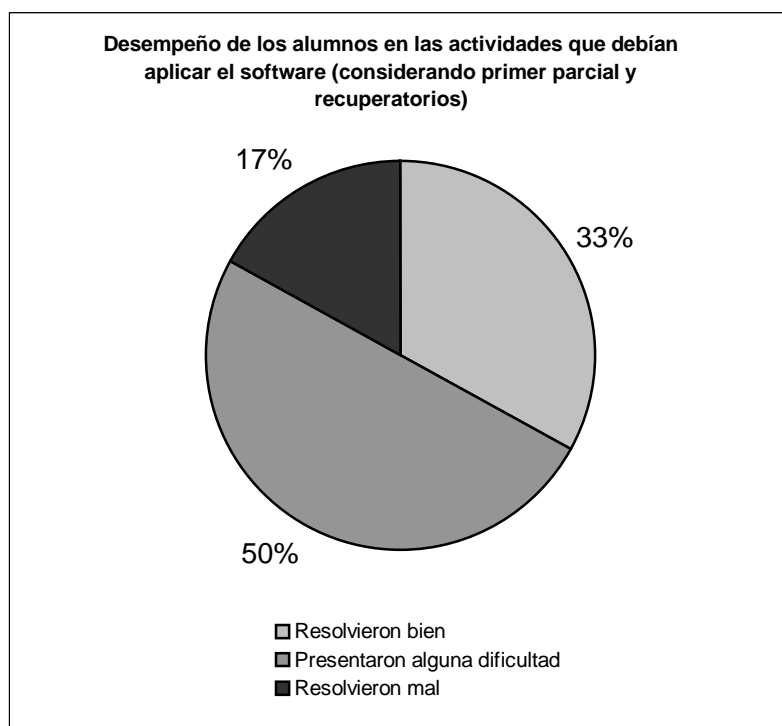


Figura 4

A continuación se muestran los registros de calificaciones obtenidos en el año 2006. En este año, los alumnos utilizaban la PC en la resolución de los parciales, pero no el software educativo, sino los programas elaborados por ellos mismos en los que implementaban los diferentes métodos numéricos de resolución de ecuaciones no lineales. (Tabla 3)

Tabla 3

	2006	Cursa	Evaluación práctica escrita			Evaluación práctica utilizando la PC					Evaluación Teórica		Calif
			Punto Fijo	Bisec	Secante	Punto Fijo	Bisec	Secante	Newton	Newton Mod.	Secante	Newton	
1º Examen parcial	Alumno 1	P	B	----	----	SR	SR	SR	SR	----	----	R	D
	Alumno 2	P	B	----	----	SR	SR	SR	SR	----	----	R	D
	Alumno 3	P	SR	----	----	SR	SR	SR	SR	----	----	SR	D
	Alumno 4	P	B	----	----	B	B	B	B	----	----	B	A (P)
	Alumno 5	P	B	----	----	B	B	B	B	----	----	B	A (P)
	Alumno 6	P	B	----	----	B	B	B	R	----	----	R	A
	Alumno 7	P	B	----	----	SR	B	B	SR	----	----	R	A (P)
	Alumno 8	P	B	----	----	R	R	R	R	----	----	R	D
	Alumno 9	P	SR	----	----	SR	B	B	B	----	----	B	A (P)
	Alumno 10	P	B	----	----	B	B	B	B	----	----	B	A
	Alumno 11	R	B		B	SR	B	B	M	----	----	----	D
	Alumno 12	R	B		M	M	B	B	B	----	----	----	D

Recuperatorio del 1º examen parcial	Alumno 3	P	-----	R	-----	-----	B	-----	-----	SR	R	-----	D
	Alumno 2	P	-----	B	-----	-----	M	-----	-----	M	R	-----	A
	Alumno 1	P	-----	B	-----	-----	M	-----	-----	M	B	-----	A
	Alumno 13	P	-----	B	-----	-----	B	-----	-----	B	B	-----	A
	Alumno 14	P	-----	B	-----	-----	B	-----	-----	B	B	-----	A (P)
	Alumno 10	P	-----	B	-----	-----	B	-----	-----	B	B	-----	A (P)
	Alumno 6	P	-----	B	-----	-----	B	-----	-----	B	B	-----	A (P)
	Alumno 8	P	-----	B	-----	-----	B	-----	-----	B	B	-----	A (P)
	Alumno 15	R	-----	M	-----	-----	SR	-----	-----	R	M	-----	D
	Alumno 16	R	-----	M	-----	-----	R	-----	-----	R	SR	-----	D
Recuperatorio Integrador	Alumno 11	R	-----	B	B	-----	B	-----	-----	B	-----	-----	A
	Alumno 12	R	-----	B	B	-----	B	-----	-----	B	-----	-----	A
	Alumno 17	R	-----	R	M	-----	M	-----	-----	M	-----	-----	D

Analizando los resultados obtenidos en los dos años, representamos en los siguientes gráficos dichos valores. (Figuras 5 y 6)

Resultados del primer parcial, considerando recuperatorios, en el año 2006

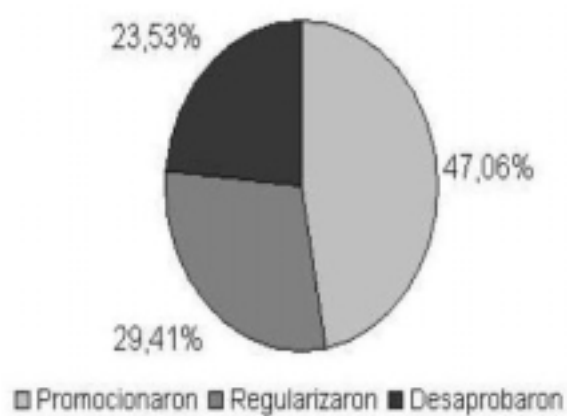


Figura 5

Resultados del primer parcial, considerando recuperatorios, en el año 2007

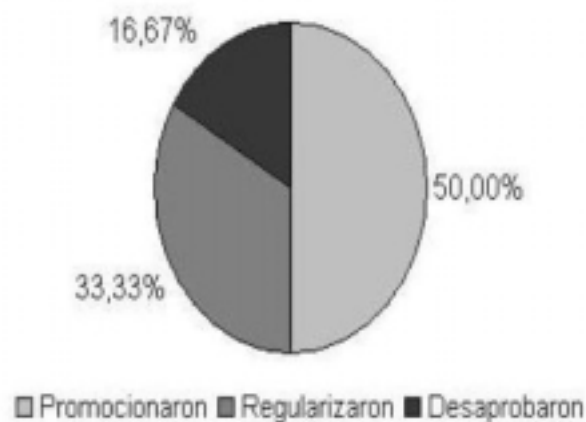


Figura 6

### 5.3.2. Análisis de los datos

Por medio de los registros de las observaciones, las encuestas y los resultados de las evaluaciones parciales, obtuvimos los datos que nos permiten hacer un análisis de la implementación del software educativo.

De las observaciones de las clases podemos obtener como conclusión que los alumnos, en su mayoría, no están familiarizados con la PC y por lo tanto, no se encuentran cómodos utilizando un software para la resolución de sus actividades prácticas. Los alumnos prefieren resolver estas actividades con calculadora y registrar los datos en papel, recurriendo a la computadora sólo cuando la cantidad de datos a obtener hace poco práctico la utilización de la calculadora. También podemos observar que una vez que se comienza a utilizar el software, los alumnos esperan obtener una solución a la ecuación planteada rápidamente y sin cambiar los parámetros ingresados. Mientras que el objetivo del uso del software, es poder obtener varias gráficas de la función ajustando los diferentes valores asignados (intervalo, valores iniciales, cantidad de iteraciones, y demás parámetros) y luego, obtener la raíz buscada.

En las encuestas, la mayoría de los alumnos responden positivamente en relación a la utilidad del software, indicando que este les fue muy útil para la comprensión de los diferentes métodos, tanto en los aspectos prácticos como en los teóricos. Manifiestan además, que los ejemplos seleccionados son adecuados y que la utilización del software es accesible. Al indicar posibles modificaciones que introducirían, si bien la mayoría no mencionó ninguna, en algunos casos se indicó la posibilidad de eliminar la selección de un intervalo para los métodos numéricos abiertos. Otro dato significativo fue que la mayoría de los alumnos manifestó no haber instalado el software en ninguna PC y que sólo lo utilizaron en los equipos de la Facultad.

En los resultados obtenidos en la evaluación correspondiente al primer parcial, se pueden detectar coincidencias en el desenvolvimiento de los alumnos que aprueban este examen parcial, con la resolución de los ejercicios que demanda la utilización del software y los diferentes métodos numéricos de resolución de ecuaciones no lineales. Es decir, aquellos que aprueban este parcial, resuelven correctamente los ejercicios relacionados con esta unidad temática y los que desaproveban, resuelven incorrectamente o no resuelven los ejercicios de esta unidad temática.

## **5.4 Evaluación del impacto de la implementación del software en el desarrollo de las clases**

Para evaluar el impacto del uso del software educativo en el desarrollo de las clases, podemos considerar los resultados cuantitativos que medimos con los resultados de las evaluaciones parciales, los resultados cualitativos en cuanto a las actitudes de los alumnos y docentes ante la inclusión de tecnologías informáticas especialmente diseñadas para el desarrollo del curso en el cual participaban.

Considerando el primero de los aspectos, vemos que el porcentaje de alumnos que aprobó el primer parcial es muy aceptable; sin embargo, aquellas actividades que demandan un mayor análisis por parte de los alumnos para poder resolverlas, son las que más dificultades presentan para su resolución. Si bien no existen problemas en la realización y obtención de los cálculos, surgen dificultades en la aplicación de los métodos numéricos que demandan, por ejemplo, la definición de nuevas funciones (método iterativo de punto fijo).

Considerando también los resultados de las evaluaciones parciales, vemos que son varios los ejercicios que quedaron sin resolver en las diferentes instancias del primer parcial. Muchos de ellos demandaban una correcta aplicación del software. Esto indica que la práctica con el software no fue suficiente o no se comprendió correctamente el uso del mismo.

La resolución teórica de los diferentes ejercicios, presentó similares características ya que muchas de las actividades propuestas se resolvieron en forma regular o quedaron sin resolver. Esto indica que la aplicación del software no permitió que los alumnos, en su mayoría, relacionaran la resolución práctica con los fundamentos teóricos de cada método numérico estudiado.

Desde el análisis de los aspectos cualitativos detectados podemos decir que, en su mayoría, los alumnos vieron en forma satisfactoria la utilización del software y esto lo manifestaron en las encuestas. De todas formas, desde las observaciones, se puede registrar que los alumnos utilizando un software educativo se encuentran en una situación que no les resulta “natural”; no están familiarizados con esta circunstancia. La actitud que manifiestan es la de estar en una situación de experimentación que finalizará al momento de dejar de utilizar el

software y no la necesitarán en ninguna instancia posterior. Por tal motivo, en las observaciones se encuentra registrado frecuentemente los recordatorios del profesor hacia los alumnos reiterando *“la posibilidad de utilizar el software en las instancias de los exámenes”*.

## 5.5 Resultados

Luego de la utilización del software educativo desarrollado para la enseñanza y el aprendizaje de los métodos numéricos para la resolución de ecuaciones no lineales, en el marco de la asignatura Cálculo Numérico, y considerando el registro de las observaciones, las encuestas y los resultados obtenidos por los alumnos en las evaluaciones parciales, podemos decir que se obtuvieron logros positivos, ya que:

- Se desarrolló una herramienta didáctica muy valiosa como es el software educativo, que además se convierte en el inicio de una etapa en la cual este software podrá ser ampliado con nuevos contenidos y nuevas posibilidades de acceso. Durante su diseño, se investigaron diferentes herramientas para el desarrollo del mismo y a su vez, se detectaron inconvenientes para los cuales se propusieron diferentes alternativas.
- Los docentes, tanto de las clases teóricas como de las prácticas, incluyeron en sus actividades el uso de este software presentando en el desarrollo de sus clases nuevas alternativas que permitieron ampliar las posibilidades de ilustrar con diversos ejemplos, como así también, modificar las características de las evaluaciones parciales. Incluyeron en las mismas la utilización del software, lo que les permitió separarse de una modalidad de evaluación tradicional en la cual sólo se resuelven ejercicios con calculadora realizando una serie de cálculos bastante monótonos y tediosos, por cierto.
- Los alumnos experimentaron, en su gran mayoría por primera vez, la utilización formal de un software para la resolución de sus actividades prácticas como así también de sus evaluaciones, superando la etapa

meramente ilustrativa que en muchos casos se le asigna a la utilización de software educativo.

## 5.6 Conclusiones

Las actividades desarrolladas para la concreción del presente trabajo, entre las que se encuentra el diseño y desarrollo de un software educativo, su implementación en las clases de Cálculo Numérico para la resolución de ecuaciones no lineales y el posterior análisis de los resultados obtenidos, demandaron la realización de actividades complementarias.

Entre estas actividades podemos mencionar el análisis de bibliografía relacionada con la elaboración de software educativo. Sin lugar a dudas, la elaboración de software educativo es un tema analizado por diversos autores que coinciden en la importancia del mismo y su rol determinante en el proceso de enseñanza - aprendizaje. Las diferentes teorías sobre la forma en que se logra el aprendizaje incluyen en su análisis el rol del software educativo y las distintas formas de incluirlo.

Esto, sin lugar a dudas, aumenta el valor que posee la inclusión de las computadoras en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Este mismo software educativo tendrá de cara al futuro mayor importancia aún si consideramos los avances tecnológicos que están modificando la forma de comunicarnos, de producir información y de acceder a la misma.

Es así que diferentes autores han desarrollado metodologías para el diseño, desarrollo y evaluación de software educativos, surgiendo una ingeniería de software especialmente desarrollada para cuando estos son de carácter educativos.

Las Matemáticas fueron, en el ámbito educativo, la primera actividad que incorporó recursos tecnológicos que facilitaron significativamente las tareas que esta Ciencia desarrolla. También son muy amplios los estudios que analizan la forma en que se debe desarrollar la enseñanza y el aprendizaje de los contenidos de esta Ciencia. Es así que surgen trabajos destinados al estudio de la Didáctica de la Matemática, los que mencionan, entre otros aspectos, la importancia de la

visualización. Para lograr este objetivo, los diferentes software educativos son herramientas muy valiosas ya que permiten representar gran cantidad de situaciones con diversas características con un mínimo esfuerzo y gran velocidad.

Es así que parece indiscutida la utilidad de los software en la enseñanza de la Matemática. Pese a esta situación, como sucede con la inclusión de las tecnologías en la educación en general, este proceso se da en muy pocas oportunidades. La mayoría de las clases se continúan desarrollando con los métodos tradicionales de tiza y pizarrón.

Desde hace varias décadas existen paquetes especializados en hacer tareas específicas en diferentes áreas de Matemática; muchos de ellos incluyen un lenguaje de programación. Estos paquetes informáticos, muy poderosos para el desarrollo de diferentes actividades, son utilizados especialmente en centros de investigación y desarrollo. No existen, sin embargo, muchas aplicaciones desarrolladas con fines netamente educativos y orientados a la enseñanza y aprendizaje de unidades temáticas de Matemática.

Software como el que desarrollamos en este trabajo, cobran un gran valor por la posibilidad que brinda de ser aplicado a la solución de diversas ecuaciones no lineales, sin tener demasiados conocimientos adicionales de computación.

El trabajo de elaboración de software educativo es muy amplio y se necesita dedicarle importante cantidad de tiempo para su elaboración y aplicación, más aún cuando los equipos de trabajo son pequeños y en muchos casos, no se encuentran dedicados exclusivamente a ello. Sin embargo, el tiempo dedicado se encuentra compensado claramente al momento de desarrollar las diferentes clases prácticas o teóricas, ya que en las mismas se pueden mostrar una gran cantidad de ejemplos y situaciones problemáticas que en otras condiciones sería imposible implementar.

Los alumnos reciben además, la experiencia de incorporar software educativo en sus actividades de una forma muy positiva, ya que manifiestan gran expectativa por las posibilidades de experimentar nuevas alternativas a las que no están acostumbrados en el desarrollo de sus carreras. También, se manifiesta rápidamente en ellos cierta inquietud para saber la forma en que el software se utilizará en las clases y de qué manera influirá en su evaluación. En muchos casos, los alumnos se manifiestan más preocupados por los resultados de sus evaluaciones que por lo novedosas que pueden resultar las clases de las que

participan. Está claro que se encuentran condicionados por el proceso de evaluación. Además, el hecho de no haber experimentado en otras ocasiones con la inclusión de software en el desarrollo de sus evaluaciones, crea cierto grado de ansiedad o incertidumbre que debemos tratar de contrarrestar como docentes responsables del dictado de Cálculo Numérico.

Analizando las diferentes investigaciones que estudian la incorporación de las tecnologías de la información y la comunicación en el proceso de enseñanza aprendizaje, observamos que coinciden en la importancia que tiene el hecho de que el alumno de diferentes profesados incorpore tecnologías durante sus actividades como estudiante. De lo contrario, no le podemos pedir que luego lo haga como profesional docente ya que no tiene experiencia o desconoce la forma de cómo hacerlo. Por tal motivo, creemos que el aporte de la incorporación de software educativo durante el desarrollo de Cálculo Numérico es muy positivo, ya que aporta experiencia a los futuros Profesores de Matemática. También, los futuros Ingenieros y Licenciados en Física deberán incluir software en sus actividades, pues de no hacerlo no podrán desarrollar sus trabajos. Por lo tanto, esta experiencia favorecerá también el futuro profesional de estos estudiantes.

Es necesario señalar que el aporte de Cálculo Numérico es importante al incluir software educativo tanto en el desarrollo de sus clases como en las evaluaciones parciales. De todas formas, no es suficiente. Experiencias como las desarrolladas en nuestra materia, se deberían reiterar en la mayoría de las Cátedras de las diferentes carreras. De esta manera, creemos que se obtendrían mejores logros educativos, tanto para los docentes como para los estudiantes.



## Capítulo 6

### Líneas de investigación y desarrollo

#### 6.1 Introducción

En el presente capítulo se indicarán las líneas de trabajo que surgen luego del software educativo desarrollado e implementado actualmente. Creemos que la elaboración de diferentes software educativos para el desarrollo de unidades temáticas de Matemática en general y de Cálculo Numérico en particular, son necesarias para optimizar los procesos de enseñanza - aprendizaje. Por tal motivo, plantearemos las posibles líneas de trabajo a partir de las cuales podamos obtener el desarrollo de nuevos software.

#### 6.2 Líneas de trabajo

Como ya lo mencionamos anteriormente, la Matemática fue sin dudas una de las primeras Ciencias en la que se incorporó la utilización de la computadora. Ya sea para optimizar diferentes investigaciones o para desarrollar distintas aplicaciones en su enseñanza.

El avance de estas herramientas en lo que respecta a la velocidad de procesamiento y la capacidad de visualización, han hecho que el desarrollo de software educativo tome un gran impulso y se haga necesario su elaboración. Creemos que estos futuros trabajos deben apuntar especialmente a explotar ventajas, como la conexión a Internet y el surgimiento de software de características libres que permiten desarrollar completamente diferentes proyectos.

Las posibilidades de acceder en forma inmediata a diferentes aplicaciones por medio de Internet, sin la necesidad de tener que instalar algún software adicional en la PC, vuelve esta oportunidad mucho más atractiva. La

posibilidad de desarrollar nuevos software disponibles en un sitio web, que permitan la visualización de diferentes contenidos se vuelve cada vez más necesario.

La masificación del acceso a las nuevas tecnologías han logrado que la Educación a Distancia se vuelva cada vez más utilizada para el desarrollo de diferentes estudios. Esto mejora ampliamente su calidad por medio de las diferentes aplicaciones y herramientas que puedan ofrecer a sus alumnos. Sin dudas, el desarrollo de software disponible en línea para la ejercitación y práctica de diferentes contenidos se vuelve una herramienta fundamental. Mas aún, si consideramos que el mismo acompañará a un alumno que no cuenta con la explicación presencial de un profesor.

El desarrollo de software accesible por medio de Internet con el cual el usuario pueda interactuar y permita abordar diferentes contenidos de Matemática, tanto teórico como práctico, es sin duda una gran necesidad. Estos materiales unidos a la gran actividad que está adquiriendo el desarrollo de la Educación a Distancia, pueden contribuir para que la enseñanza de la Matemática se vea ampliamente favorecida.

Por lo expuesto anteriormente, estamos trabajando en la modificación del diseño y elaboración del software educativo ya desarrollado, utilizando herramientas de programación libres y al que se pueda acceder por medio de la web. Además, se tiene también como meta incluir en este nuevo software educativo, otras unidades de Cálculo Numérico.

Adicionalmente a la elaboración del software educativo de características libre y de acceso en línea, de su utilización en el desarrollo de la Educación a Distancia, especialmente incluyendo contenidos relacionados con Matemática, es necesario continuar con las investigaciones relacionadas a las formas de incluir un software educativo en el desarrollo de las diferentes actividades de enseñanza y aprendizaje de temas de Matemática.

No es menor el esfuerzo que demanda el desarrollo de estos software, muchas veces su potencialidad es desperdiciada por no considerar al momento de su aplicación todas las variables que determinarán que la misma arroje los mejores resultados.

Actualmente, como expusimos en el presente trabajo, la inclusión del software por parte de los alumnos en sus tareas, constituye una experiencia

aislada. Los alumnos lo asumen casi como un hecho lúdico y novedoso más que una actividad de aprendizaje, como puede ser el desarrollo de trabajos prácticos o elaboración de informes. Es también nuestra meta, tratar de revertir esta situación.

## BIBLIOGRAFÍA

- Alemán de Sánchez, Á. (1998/1999). *La Enseñanza Matemática Asistida por Computador*. Universidad Tecnológica de Panamá, Facultad de Ciencias y Tecnología, Directorio de artículos. Disponible en <http://www.utp.ac.pa/articulos/ensenarmatematica.html>
- Arratia, O., Jáñez L., Martín, M. y Pérez M. (1999) “*Matemáticas y nuevas tecnologías: educación e investigación con manipulación simbólica.*” Grupo de Tecnología Educativa. Universidad de Sevilla. España. Disponible en <http://tecnologiaedu.us.es/edutec/paginas/17.html> (Consultado en 05-08)
- Ausubel, D., Novak J. y Hanesian H. (1997). *Psicología educativa. Un punto de vista cognitiva*. México. Trillas.
- Baquero, M. y González, P. (2006). “*Historia del Desarrollo y la Evolución de la llamada Matemática Moderna*” Universidad de Palermo. Facultad de Ingeniería. Investigación, desarrollo y divulgación. Disponible en: [www.palermo.edu/ingenieria/downloads/Historia\\_del\\_desarrollo\\_y\\_evolucion\\_de\\_la\\_llamada.ppt](http://www.palermo.edu/ingenieria/downloads/Historia_del_desarrollo_y_evolucion_de_la_llamada.ppt)
- Bou Bouzá, Guillem. (1997). *El guión multimedia*. Editorial Anaya Multimedia. Madrid. España.
- Bruner, J. (1972). *Hacia una teoría de la Instrucción*. México: Hispano Americana.
- Canevet, G. (1970). “*El cálculo Científico*”. Industria Gráfica Francisco Casamajó. Barcelona. España.
- Careaga Butter, M. (2001) Centro de educación y tecnología de Chile. Proyecto Enlaces. Elaborado por. Centro Zonal Sur-Austral. Unidad N° 2 Software y su uso pedagógico. Chile.
- Cataldi, Z. (2000). *Una metodología para el diseño, desarrollo y evaluación de software educativo*. Tesis para el Magister de Automatización de Oficinas. ISBN 960-34-0204-2. Disponible en [www.fi.uba.ar/laboratorios/lsi/cataldi-tesisdemagistereninformatica.pdf](http://www.fi.uba.ar/laboratorios/lsi/cataldi-tesisdemagistereninformatica.pdf) (Consultada 05-08-08)
- Cataldi, Z., Lage F., Pessacq, R., y García Martínez, R. (1999). *Ingeniería de software educativo*. Disponible En

- [www.itba.edu.ar/capis/webcapis/RGMITBA/comunicacionesrgm/c-icie99-ingenieriasoftwareeducativo.pdf](http://www.itba.edu.ar/capis/webcapis/RGMITBA/comunicacionesrgm/c-icie99-ingenieriasoftwareeducativo.pdf) (Consultado en 05-08)
- Cataldi, Z., Lage F., Pessacq, R. y García Martínez, R. (2003). *Metodología extendida para la creación de software educativo desde una visión integradora*. Revista Latinoamericana de Tecnología Educativa. Volumen 2, Número 1. Disponible en <http://campusvirtual.unex.es/cala/editio/index.php?journal=relatec&page=article&op=view&path%5B%5D=11> (Consultado en 05-08)
  - CIDSE: Centro de Investigación y desarrollo de software educativo. Métodos Numéricos. Costa Rica. Disponible en : <http://www.cidse.itcr.ac.cr/cursos-linea/NUMERICO/index.htm> (Con. 05-08)
  - Conicet. Revista PRO Ciencia. (1994). *“Matemática. Metodología de la enseñanza. Estructura Modular I”*. Buenos Aires. Argentina.
  - Cuevas Vallejos, C. (2000) *“¿Que es Software Educativo o software para la enseñanza?”* Departamento de Matemática Educativa del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional. México. Disponible en: <http://www.matedu.cinvestav.mx/~ccuevas/SoftwareEducativo.htm> (Consultado en 05-08)
  - Demidovich, B. y Maron I. (1993). *Cálculo Numérico fundamental*. Parainfo. España.
  - Dunn, P. University of Queensland . Disponible en: [www.sci.usq.edu.au/staff/dunn/matlabprograms.html](http://www.sci.usq.edu.au/staff/dunn/matlabprograms.html) (Consultado 05-08)
  - Erickson, F. (1999). *“Métodos cualitativos de investigación sobre la enseñanza”* Piados. Barcelona. España.
  - Gagné, R. y Glaser, R. (1987). *Foundations in learning research*, en *Instructional technology: foundations*. GAGNÉ, R. (Ed). Hillsdale. Lawrence Erlbaum Associates Inc. Publishers.
  - Galvis Panqueva, Á. (1992). *Ingeniería de Software Educativo*. Universidad de Santa Fe. Bogotá, Colombia.
  - Gómez C. R., Galvis Panqueva, Á., y Mariño D, O. (1997). *Ingeniería de software educativo con modelaje. Orientado por objetos: Un medio para desarrollar micro mundos interactivos*. Proyecto LUDOMÁTICA. Avalado en

- Universidad de Los Andes, Fundación Rafael Pombo e Instituto Colombiano de Bienestar Familiar.
- Guzmán, O., M. y Gil Pérez, D. (1993). *Enseñanza de las ciencias y de la matemática. Tendencias e Innovaciones*. Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura. Editorial Popular. ISBN: 84-7884-092-3. Disponible en <http://www.oei.org.co/oeivirt/ciencias.htm#Indice> (Consultado en 05-08)
  - Hernández, J., Gil, D. Ortiz, E., Sevillana, C. y Soler, V. (1980). *La experimentación asistida con calculadora (EXAC): una vía para la educación científico-tecnológica*. Disponible en [www.rieoei.org/deloslectores/553Soler.PDF](http://www.rieoei.org/deloslectores/553Soler.PDF) (Consultado 05-08)
  - Hitt F. (2003). Una Reflexión Sobre la Construcción de Conceptos Matemáticos en Ambientes con Tecnología. Boletín de la Asociación Matemática Venezolana, Vol. X, No. 2
  - Instituto Internacional de Planeamiento de la Educación. IIPÉ-UNESCO. (2006). *La integración de las Tecnologías de la Información y la Comunicación en los Sistemas Educativos*. ISBN:950-00-0560-3. Disponible en: <http://unesdoc.unesco.org/images/0015/001507/150785s.pdf> (Consultado en 05-08)
  - McFarlane, A. y Rijcke, F. (1999). *Educational use of ICT*, Working Paper, H13. Disponible en <http://bert.eds.udel.edu/ocde/quality/papers/papersframe.html>
  - Marquès, P. (1996). *El software educativo*. Universidad Autónoma de Barcelona. [http://www.lmi.ub.es/te/any96/marques\\_software/](http://www.lmi.ub.es/te/any96/marques_software/) . (Consultado en 05-08)
  - Marquès, P. (1998). *Software educativo. Algunas tipologías*. Universidad Autónoma de Barcelona. Disponible en <http://www.xtec.es/~pmarques/edusoft.htm>
  - Marrero Acosta, J. (1992). El proceso de diseño de la investigación educativa. Departamento de didáctica e Investigación Educativa. Universidad de la laguna. España. Disponible en: [webpages.ull.es/users/didindoc/disede%20la%20invest.doc](http://webpages.ull.es/users/didindoc/disede%20la%20invest.doc)  
<http://webpages.ull.es/users/didindoc/disede%20la%20invest.doc>

- Martí, E. (1992). *Aprender con ordenadores en la escuela*. Barcelona, ICE-Horsori.
- Ministerio de Cultura y Educación. *Revista Nueva Escuela*. (1995). *Los Métodos Numéricos en la Física*. Argentina.
- Murillo, P. (2003) *Normas y criterios para la evaluación de software educativos de matemática*. En línea en <http://www.utp.ac.pa/articulos/normascriterios.htm>
- Nakamura, S. (1997). *Análisis numérico y visualización gráfica con Matlab*. México. Pearson Educación.
- Organización para la Cooperación y Desarrollo Económicos (OCDE) (2001). *Los Desafíos de las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones en la Educación*. Ministerio de Cultura, Educación y Deporte. España.
- Otero Diéguez, A. (2004). *Un acercamiento a la influencia de la Informática en la enseñanza de la Matemática*. Universidad de Holguín, Holguín, Cuba. Disponible en: <http://www.monografias.com/trabajos24/informatica-matematica/informatica-matematica.shtml> (Consultado 05-08)
- Poole, B. (1999). *Tecnología Educativa. Educar para la sociocultura de la comunicación y del conocimiento*. Editorial McGraw Hill. España.
- Papert, S. (1987). *Desafío de la mente: Computadoras y educación*. Buenos Aires, Galápagos.
- Piaget, J. (1985). *Psicología y Pedagogía*. Barcelona: Ariel.
- Reinaudo, M. (1996). *Investigación educativa en la Universidad, en Especialización en Docencia Universitaria. Módulo 4: La Pedagogía Universitaria*. Mendoza. Argentina.
- Rivera Porto, E. (1997). *Aprendizaje asistido por computadora, diseño y realización*. Disponible en <http://www.geocities.com/eriverap/libros/Aprend-comp/apend1.html> (Consultado 05-2008)
- Salcedo Lagos, P. (2000). *Ingeniería de software educativo, teorías y metodologías que la sustentan*. Universidad de Concepción. Departamento de Ingeniería, informática y Ciencias de la Computación. *Revista Ingeniería Informática*. ISSN:0717-4195. Número 6. Disponible en :

- <http://www.inf.udec.cl/revista/ediciones/edicion6/isetm.PDF> (Consultado en 05-08)
- Salomon, G., Perkins, D. y Globerson, T. (1992). *Coparticipando en el conocimiento: la ampliación de la inteligencia humana con las tecnologías inteligentes*. Revista CL&E (Comunicación, Lenguaje y Educación N° 23).
  - SECYT, (2005). Bases para un plan estratégico de mediano plazo en ciencia tecnología e innovación 2005-2015. Ministerio de Educación Ciencia y tecnología. Buenos Aires. Argentina.
  - Skinner, B.F. (1985). *Aprendizaje y comportamiento*. Barcelona. Martínez-Roca.
  - The MatWorks. (2004). MATLAB. Versión 7. The Language of Technical Computing.
  - UNESCO. (1998). Informe Mundial sobre la Educación. Editorial Santillana/Ediciones UNESCO. Madrid. España.
  - UNESCO. (2004). *División de Educación Superior "Las tecnologías de la información y la comunicación en la formación docente"*. Disponible en <http://unesdoc.unesco.org/images/0012/001295/129533s.pdf>
  - Urbina Ramírez, S. (1999). *Informática y teorías del aprendizaje*. Universitat de les Illes Balears. Disponible en: <http://www.sav.us.es/pixelbit/pixelbit/articulos/n12/n12art/art128.htm> (Consultado 05-08)
  - Vílchez Quesada, E. (2005). *Impacto de las Nuevas Tecnologías de la Información y la Comunicación para la enseñanza de la Matemática en la Educación Superior*. Universidad Nacional Escuela de Matemática Centro de Investigación y Docencia en Educación. Revista Digital Matemática, Educación e Internet ([www.cidse.itcr.ac.cr](http://www.cidse.itcr.ac.cr)), Volumen 7, número 2. Costa Rica. Disponible en: [www.cidse.itcr.ac.cr/revistamate/ContribucionesV7\\_n2\\_2006/IMPACTO/ImpactoNuevasTec.pdf](http://www.cidse.itcr.ac.cr/revistamate/ContribucionesV7_n2_2006/IMPACTO/ImpactoNuevasTec.pdf) (Consultado 05-08)
  - Vigostky, L.S. (1979). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Barcelona. Crítica.
  - Vasilachis de Gialdino, I. (2006). *Estrategias de Investigación Cualitativa*. Editorial Gedisa, S.A. España.



**ANEXOS****Anexo I: Ejemplos seleccionados para la implementación de cada método numérico**

Cada uno de los métodos se inicia con los siguientes ejemplos:

**Método de bisección**

Ecuación a resolver:	$x^3 - 4x^2 - 4 = 0$
Intervalo:	[1, 5]
Cantidad de iteraciones máxima:	10
Error:	0.7

**Método Iterativo de punto fijo**

Ecuación a resolver:	$e^{-x} - \ln(x) = 0$
Ecuación generadora:	$e^{-x} - \ln(x) + x = 0$
Intervalo:	[1, 4]
Valor inicial:	3.5
Cantidad de iteraciones máxima:	10
Error:	0.1

**Método de la secante**

Ecuación a resolver:	$x^3 - 4x - 8 = 0$
Intervalo:	[0, 3]
Cantidad de iteraciones máxima:	10
Error:	0.5

**Método de la regla falsi**

Ecuación a resolver:	$-3x^3 - 4 = 0$
Intervalo:	[-2, 1]
Cantidad de iteraciones máxima:	20
Error:	0.05

**Método de Newton**

Ecuación a resolver:	$x^3 - 3x^2 + 2x = 0$
----------------------	-----------------------

Intervalo:	[0.5, 3]
Valor inicial:	2.9
Cantidad de iteraciones máxima:	10
Error:	0.05

Método de Newton modificado

Ecuación a resolver:	$x^3 - 3x^2 + 2x = 0$
Intervalo:	[0.5, 3]
Valor inicial:	2.9
Cantidad de iteraciones máxima:	20
Error:	0.05



### Anexo III: Ejercicios propuestos en los exámenes parciales. Algunas resoluciones.

#### Ejercicios propuestos antes de que se utilizara el software educativo.

##### Ejercicio 1

Se sabe que una raíz de  $e^x - 2 = 0$  está en el intervalo  $[0, 2]$ . Utilizando el método de Newton, halle una raíz de esta ecuación tomando como aproximación inicial aquel extremo del intervalo  $[0, 2]$  que resulte más conveniente (según un análisis previo), y con una tolerancia de  $5 \times 10^{-5}$ .

##### Ejercicios 2

Describa, algorítmicamente, el método de la secante.

Aplique este método para encontrar una raíz de la ecuación  $\cos x - x = 0$  en el intervalo  $[0.5, \pi/4]$ . Trabaje con tres decimales y tome como cota de error admisible  $\varepsilon = 5 \times 10^{-3}$ .

#### Ejercicios propuestos para utilizar el software educativo.

##### Ejercicio 1

Utilizando los programas desarrollados en octave y el software educativo existente, completar la siguiente tabla para las ecuaciones y métodos indicados, considerando que se debe:

a) Hallar la raíz positiva menor de la ecuación que se indica:

Ecuación	Método	Raíz	Valor / es inicial / es	Nº de iteraciones	Intervalo	Error	Primeras tres iteraciones	Función generadora
$\sqrt{x^2+1}-tg(x)=0$	Secante					0.005		
	Newton					0.0001		
Punto fijo					0.001			

b) Hallar las dos raíces complejas y las dos raíces reales de la ecuación que se indica:

Ecuación	Método	Raíz	Valor / es inicial / es	Nº de iteraciones	Error	Primeras tres iteraciones
$5x^4 - 9x^3 + 2x^2 + 5.4x - 3 = 0$		<b>Compleja</b>	<b>0.5 + 0.5i</b>			
		<b>Compleja</b>	<b>0.5 - 0.5i</b>		<b>0.000001</b>	
		<b>Real</b>				
		<b>Real</b>				

Ejercicio 2

Utilizando los programas desarrollados en octave y el software educativo existente, completar la siguiente tabla para las ecuaciones y métodos indicados, considerando que se debe:

a) Hallar una raíz positiva de la ecuación que se indica:

Ecuación	Método	Raíz	Valor inicial	Nº de iter.	Intervalo	Error	Primeras tres iteraciones	Función generadora
$\frac{x}{10} - \cos(x) = 0$	<b>Newton</b>					<b>0.001</b>		
	<b>Punto fijo</b>					<b>0.001</b>		

### Algunas Resoluciones utilizando el Software

- Alumno 1

6.2 Utilizando los programas desarrollados en octave y el software educativo existente, completar la siguiente tabla para las ecuaciones y métodos indicados, considerando que se debe:

Ecuación	Método	Raíz	Valor / es inicial / es	N° de iter.	Intervalo	Error	Primeras tres iteraciones	Función generadora
$-x^5 + x^3 - 4x^2 + 4 = 0$	Punto fijo	?	?	?	?	0.005	?	?
	Newton	$-6.71426^2 + 2i$	1.8i	4	X	0.0005	-0.0283 + 1.18i -0.0097 + 1.018i -6.71426 <sup>2</sup> + 2i	
		1	0.5	6	X	0.0005	2.6302 1.2832 0.25	
	Secante	1	X	27	(-2, 2)	0.001	0.7667 2.073	

- Alumno 2

7.- Utilizando los programas desarrollados en octave y el software educativo existente, completar la siguiente tabla para las ecuaciones y métodos indicados, considerando que se debe:

a) Hallar la raíz positiva menor de la ecuación que se indica:

Ecuación	Método	Raíz	Valor / es inicial / es	N° de iteraciones	Intervalo	Error	Primeras tres iteraciones	Función generadora
$\sqrt{x^2+1} - f(x) = 0$	Secante	0.94165	-1 1	4		0.005	0.90806 0.93811 0.94165	B
	Newton	0.941435	0.75	9		0.0001	0.94128 0.94139 0.94143	B
	Punto fijo					0.001		SR

b) Hallar las dos raíces complejas y las dos raíces reales de la ecuación que se indica:

Ecuación	Método	Raíz	Valor / es inicial / es	N° de iteraciones	Error	Primeras tres iteraciones	
$5x^4 - 9x^3 + 2x^2 + 5.4x - 3 = 0$	New Comp	Compleja	0.5 + 0.5i	9	0.000001	0.83775 + 0.2267i 0.66371 - 0.50235i 0.78198 - 0.37679i	
		Compleja	0.5 - 0.5i			0.83775 - 0.2267i 0.66371 + 0.50235i 0.78198 + 0.37679i	
	New Real	Real	0.7745	0.5	3	0.005	
		Real	-0.7745	-0.7	3	0.005	
							B <sub>1</sub>

- Alumno 3

6.- Utilizando los programas desarrollados en octave y el software educativo existente, completar la siguiente tabla para las ecuaciones y métodos indicados, considerando que se debe:

Ecuación	Método	Raíz	Valor / es inicial / es	N° de iter.	Intervalo	Error	Primeras tres iteraciones	Función generadora
$-x^3+x^2-4x^3+4=0$	Punto fijo	0,999583	0,7	5	[0,5, 2]	0,005	1,0261 0,99279 1,0017	$\sqrt[3]{-x^3+x^2+4}$
	Newton	$-1,10^{-6}+19i$	1,8i	4	X	0,0005	$0,009366+2,01204i$ $-6,19,15^3+2,0003i$ $-6,72,10^3+2,0i$	
	Secante	1	0,5	7	[0, 1,5]	0,0005	1,6302 1,2832 1,0779	
	Secante	1	0 1,5	13	[0, 1,5]	0,001	0,31841 0,56467 2,5200	

- Alumno 4

C- Raíces de:  $0 = x^4 + \frac{57}{14}x^3 + \frac{157}{28}x^2 - \frac{583}{120}x - \frac{675}{28}$

Uso del Método de Newton:

**Raíces complejas:**

Primera Raíz:  $S_2 = -2,6430 + 1,4139 \cdot 10^{-4}i$       Segunda Raíz:

✓ Valor inicial  $x_0 = 1-2i$        $S_2 = -2,643 - 1,4139 \cdot 10^{-4}i$

✓ Cantidad de iteraciones: 8      iteraciones: 8

✓ Últimas tres iteraciones:      Valor inicial  $1+2i$  ✓

$x_6 = -2,6431 + 7,1032i \cdot 10^{-4}$

$x_7 = -2,643 - 8,78 \cdot 10^{-4}i$

$x_8 = -2,6430 + 1,4139 \cdot 10^{-4}i$  ✓

**Raíces Reales:**

✓ Valor inicial:  $x_0 = -2,5$       ✓ Valor Inicial  $x_0 = 2$

✓ Cantidad de iteraciones: 4      ✓ Cantidad de iteraciones 4

✓ Estimación de la Raíz:  $S_2 = -2,6442$       ✓ Estimación 1,4828  $S_2$

✓ Últimas tres iteraciones:  $x_2 = -2,6443$       ✓ Últimas iteraciones:  $x_2 = 1,4935$

$x_3 = -2,6442$        $x_3 = 1,4828$

$x_4 = -2,6442$        $x_4 = 1,4828$  ✓

**Anexo IV: Registro de las observaciones de clases realizadas durante la utilización del software educativo.**

**OBSERVACIÓN DE CLASE DE CÁLCULO NUMÉRICO**

Fecha: Miércoles 5/9 ..... N° de observación: 1 .....

Tema: Métodos para la resolución de ecuaciones no lineales .....

**Características observadas en la clase**

- \* Los alumnos van llegando a la clase y se ubican en forma individual o de 2 dos por PC
- \* El profesor explica como instalar y como ejecutar el software, que ya está instalada en las PC
- \* Uno de los alumnos a firma "esto de las computadoras no es lo mio"
- \* El profesor explica el funcionamiento del software y la metodología con que se utilizará en la materia
- \* Ante la sugerencia del profesor de que prueben el software, y los diferentes métodos, sólo en algunos casos acceden a esta sugerencia, en otros casos se ve el funcionamiento del software en uno de los métodos y se continúa con la resolución manual de los ejercicios, con calculadora
- \* 4 de los nueve alumnos presentes continúan con la resolución de diferentes ejemplos, utilizando el software. Se observa una actitud de curiosidad por ver el ~~funcionamiento~~ como los métodos son representados gráficamente.



OBSERVACIÓN DE CLASE DE CÁLCULO NUMÉRICO

Fecha: ..... N° de observación: Continuación de la  
observación N°1  
Tema: .....

Características observadas en la clase

\* surgen los siguientes comentarios:  
- "deberíamos cambiar la cantidad de iteraciones"  
- "fíjate cual es el valor inicial"  
- "que pasa que me apareció este cartel"

\* El profesor insiste en la posibilidad de graficar la función con los valores seleccionados y luego si es necesario, según el práctico volver a modificarlos antes de intentar aproximar la función

\* Se sugiere a los alumnos que por los primeros intentos reduzcan el número de iteraciones

\* Los alumnos consultan como hacer para utilizar el software; se les sugiere que vayan en los horarios de la sala de computación.

## OBSERVACIÓN DE CLASE DE CÁLCULO NUMÉRICO

Fecha: Viernes 7/9 N° de observación: 2

Tema: Métodos para la resolución de ecuaciones no lineales.

## Características observadas en la clase

- \* Los alumnos llegan a la clase, se agrupan por PC y realizan algunas consultas al profesor.
- \* Ante la consulta del profesor, sólo uno de los alumnos afirma que utilizó el software y estuvo practicando.
- \* El profesor sugiere que tienen el software disponible para resolver los diferentes ejercicios.
- \* Algunos alumnos consultan cómo ingresar al software.
- \* Algunos alumnos verifican los resultados que han obtenido comparándolos con los que arroja el software.
- \* Se discute los intervalos de  $\Delta t$  para analizar la función.
- \* El profesor recuerda que podrán disponer del software durante los exámenes parciales.
- \* Los alumnos continúan utilizando el software y la computadora para resolver sus ejercicios, aunque esta última es utilizada durante más tiempo.

## **Anexo V: Encuesta realizada a los alumnos luego de la utilización del software educativo. Algunas respuestas.**

### **Cálculo Numérico – Encuesta - 2007**

#### **Utilización de un software educativo para la enseñanza y aprendizaje de métodos numéricos para la resolución de ecuaciones no lineales.**

En la elaboración de un software educativo existen diferentes aspectos como:

- Visualización grafica
- Registro de los resultados
- Interacción con el usuario
- Claridad en su utilización
- Respaldo teórico
- Ayuda

Luego de la utilización del **Software Educativo para la Resolución de Ecuaciones No Lineales**, le solicitamos que complete la siguiente encuesta de la forma más objetiva posible. Muchas gracias

1. ¿Considera que la utilización del software educativo fue positiva para la comprensión de los métodos numéricos de resolución de ecuaciones no lineales?  
.....
2. ¿Cree que facilitaron la comprensión de la aplicación práctica de los métodos numéricos, la comprensión teórica de los mismos, ambos aspectos, otros aspectos o ningún aspecto?  
.....
4. ¿Qué características modificaría o agregaría para favorecer la comprensión de los métodos numéricos?  
.....
5. ¿Qué características del software educativo cree que perjudican la comprensión de los métodos numéricos?  
.....
6. ¿Cree que los ejemplos con los que se inicia cada método numérico son adecuados?  
¿Por qué?  
.....
7. ¿Pudo instalar el software en una PC particular? ¿La instalación le resultó sencilla?  
.....
8. Complete con cualquier otra consideración que crea necesaria.  
.....

## Algunas Respuestas

### Cálculo Numérico – Encuesta - 2007

#### *Utilización de software para la enseñanza y aprendizaje de métodos numéricos para la resolución de ecuaciones no lineales.*

En la elaboración de un software educativo existen diferentes aspectos como:

- |                              |                              |
|------------------------------|------------------------------|
| ✓ Visualización grafica      | ✓ Claridad en su utilización |
| ✓ Registro de los resultados | ✓ Respaldo teórico           |
| ✓ Interacción con el usuario | ✓ Ayuda                      |

Luego de la utilización del *Software Educativo para la Resolución de Ecuaciones No Lineales* (SERENOLI), le solicitamos que complete la siguiente encuesta de la forma más objetiva posible. Muchas gracias

1. ¿ Considera que la utilización del software fue positiva para la comprensión de los métodos de resolución de ecuaciones no lineales ?

Si, pues permite ver el proceso del método, a partir de la construcción grafica.

2. ¿Cree que facilitaron la comprensión de la aplicación práctica de los métodos, la comprensión teórica de los mismos, ambos aspectos, otros aspectos o ningún aspecto?

Facilita ambos aspectos, como dije anteriormente a partir de la grafica se comprendió como se va aproximando la solución.

4. ¿ Que características modificaría o agregaría para favorecer la comprensión de los métodos?

No modificaría el programa, me resultó de fácil comprensión.

5. ¿ Que características del software cree que perjudican la comprensión de los métodos?

Personalmente el software no me perjudicó la comprensión, las dificultades fueron por problemas en el ingreso de funciones, pero con la ayuda pude solventarlas.

6. ¿ Cree que los ejemplos con los que se inicia cada método son adecuados? ¿Por qué?

Si, porque son funciones sencillas.

7. ¿Pudo instalar el software en una PC particular?. ¿ La instalación le resultó sencilla?

No

8. Complete con cualquier otra consideración que crea necesaria.

## Cálculo Numérico – Encuesta - 2007

### Utilización de software para la enseñanza y aprendizaje de métodos numéricos para la resolución de ecuaciones no lineales.

En la elaboración de un software educativo existen diferentes aspectos como:

- |                              |                              |
|------------------------------|------------------------------|
| ✓ Visualización grafica      | ✓ Claridad en su utilización |
| ✓ Registro de los resultados | ✓ Respaldo teórico           |
| ✓ Interacción con el usuario | ✓ Ayuda                      |

Luego de la utilización del *Software Educativo para la Resolución de Ecuaciones No Lineales* (SERENOLI), le solicitamos que complete la siguiente encuesta de la forma más objetiva posible. Muchas gracias

1. ¿ Considera que la utilización del software fue positiva para la comprensión de los métodos de resolución de ecuaciones no lineales ?

El software me resultó de gran utilidad para la comprensión porque permite visualizar los algoritmos de los métodos, su implementación, permite comparar los resultados

2. ¿ Cree que facilitaron la comprensión de la aplicación práctica de los métodos, la comprensión teórica de los mismos, ambos aspectos, otros aspectos o ningún aspecto?

Tanto las explicaciones teóricas como la visualización práctica a nivel de la comprensión de los métodos, pero particularmente la gráfica dada de manera como trabajar cada método para aproximarse a la raíz y poderlos utilizar al obtener cada paso.

4. ¿ Que características modificaría o agregaría para favorecer la comprensión de los métodos?

Creo que el software como se presenta no necesita modificaciones, es fácil de utilizar y ofrece ayuda teórica si no se comprende el funcionamiento del método

5. ¿ Que características del software cree que perjudican la comprensión de los métodos?

La petición de un intervalo en los métodos abiertos, si bien es necesaria para aplicar series más convenientes que el programa muestra los intervalos en los que se hallan algunas de las raíces para ayudar a la aproximación

6. ¿ Cree que los ejemplos con los que se inicia cada método son adecuados? ¿Por qué?

Los ejemplos son adecuados porque sus raíces son fáciles de hallar, sin embargo podría añadirse el ejemplo divergente para ver de que ocurre en este caso también.

7. ¿ Pudo instalar el software en una PC particular ? ¿ La instalación le resultó sencilla?

Si pude instalar el software sencillamente

8. Complete con cualquier otra consideración que crea necesaria.

## Cálculo Numérico – Encuesta - 2007

### *Utilización de software para la enseñanza y aprendizaje de métodos numéricos para la resolución de ecuaciones no lineales.*

En la elaboración de un software educativo existen diferentes aspectos como:

- |                              |                              |
|------------------------------|------------------------------|
| ✓ Visualización gráfica      | ✓ Claridad en su utilización |
| ✓ Registro de los resultados | ✓ Respaldo teórico           |
| ✓ Interacción con el usuario | ✓ Ayuda                      |

Luego de la utilización del *Software Educativo para la Resolución de Ecuaciones No Lineales* (SERENOLI), le solicitamos que complete la siguiente encuesta de la forma más objetiva posible. Muchas gracias

1. ¿ Considera que la utilización del software fue positiva para la comprensión de los métodos de resolución de ecuaciones no lineales ?

Si

2. ¿ Cree que facilitaron la comprensión de la aplicación práctica de los métodos, la comprensión teórica de los mismos, ambos aspectos, otros aspectos o ningún aspecto?

Me facilitaron ambos aspectos

4. ¿ Que características modificaría o agregaría para favorecer la comprensión de los métodos?

Quizá, que se valla viendo la fórmula a la vez del método.

5. ¿ Que características del software cree que perjudican la comprensión de los métodos?

Nada

6. ¿ Cree que los ejemplos con los que se inicia cada método son adecuados? ¿ Por qué?

Si, porque brindan las características del método y ejemplifican en forma exacta.

7. ¿ Pudo instalar el software en una PC particular ? ¿ La instalación le resultó sencilla?

No lo instalé.

8. Complete con cualquier otra consideración que crea necesaria.

En general, la materia me gusta, más allá de que se halla aprobado, me ha gustado trabajar y aprender sobre octave.